Support de cours

Cours:

PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet)

Vidéo:

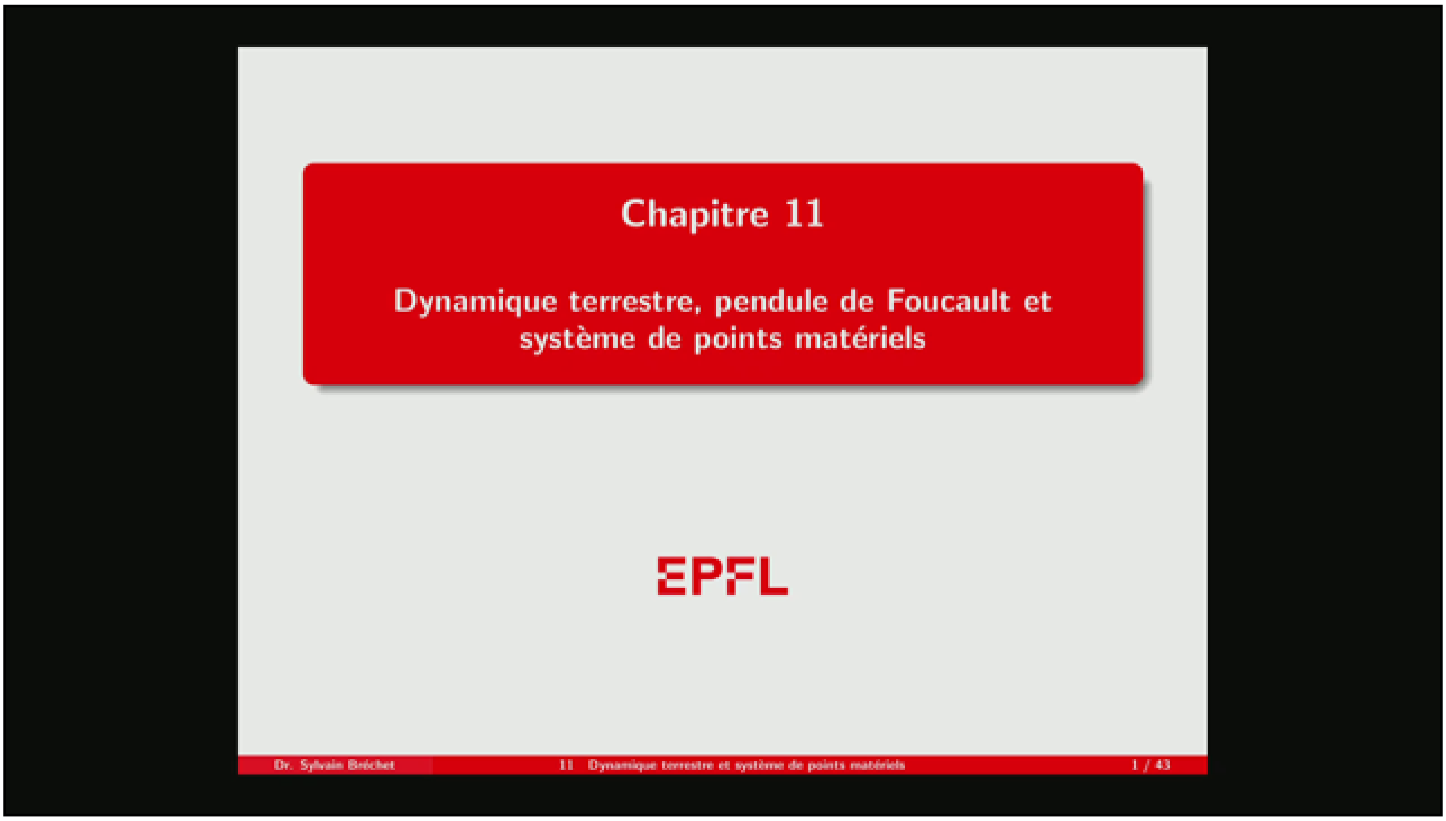
11 - Dynamique terrestre, pendule de Foucault et système de points matériels

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Équation horaire. Petite balle. Angle theta. Pendule de foucault. Rotation de la terre. Omega cosinus lambda. X fois. Équation du mouvement. Plan horizontal. Z point. Force de coriolis. Équations de la vitesse relative. Masses d'air. Tir vertical. Long de l'axe.

vers la recherche de séquences vidéo
(dans PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet).)

vers la vidéo

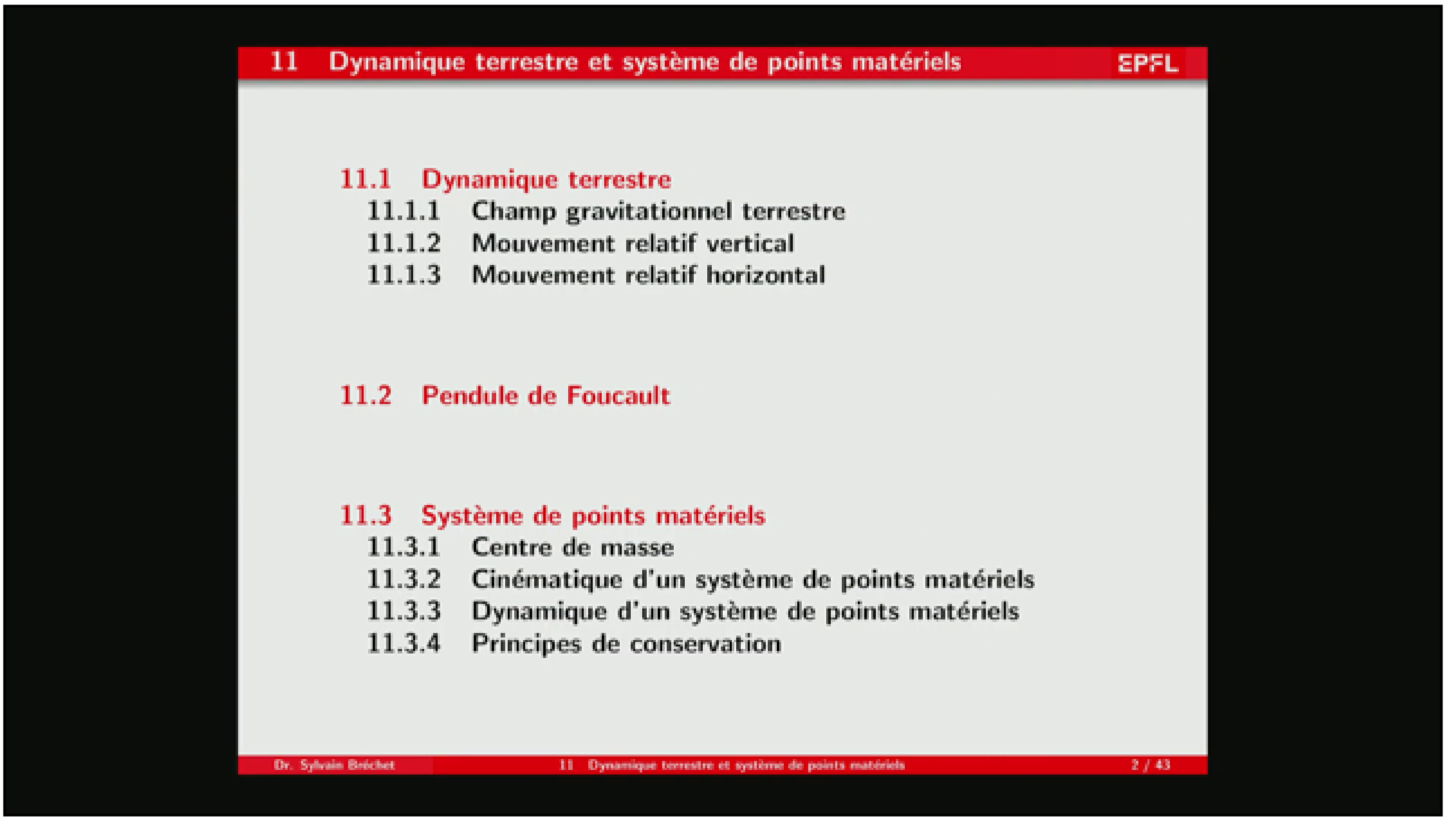


...

notes

résumé

0m 0s

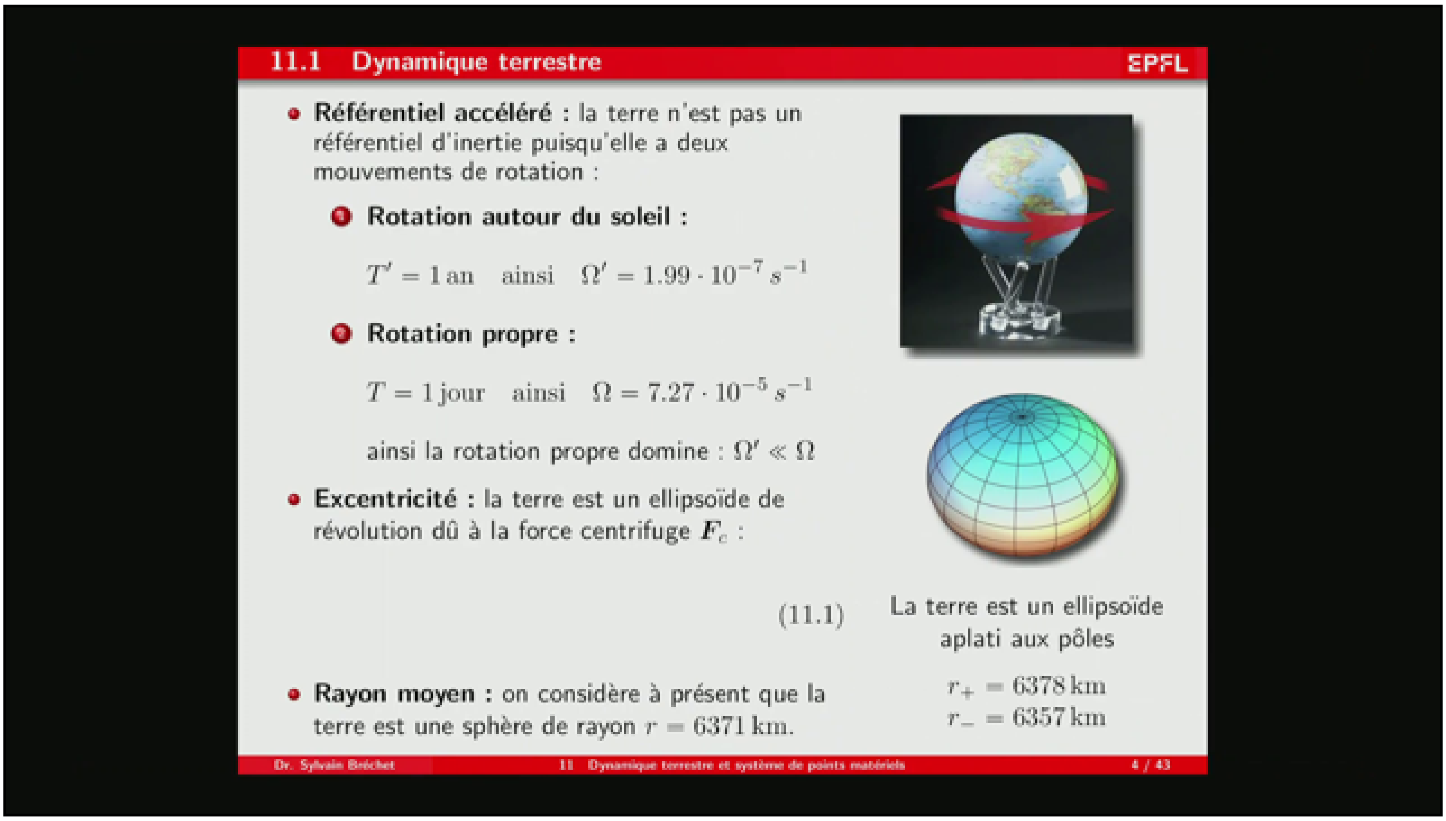


Ces sous-titres ont été générés automatiquement

notes

résumé

0m 1s

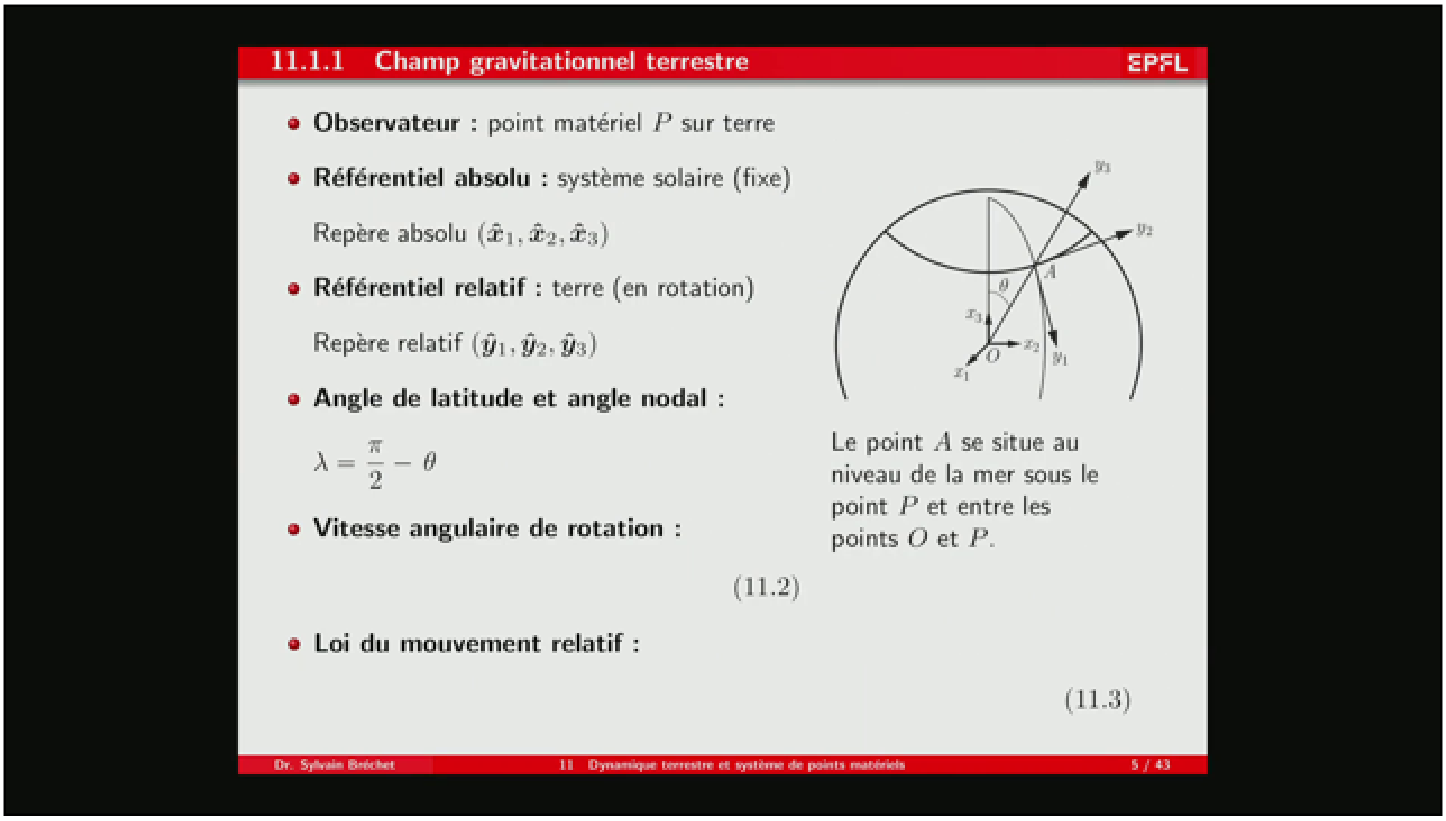


Voilà, on va maintenant lever le suspense et répondre à la question centrale du mouvement

notes

résumé

0m 7s

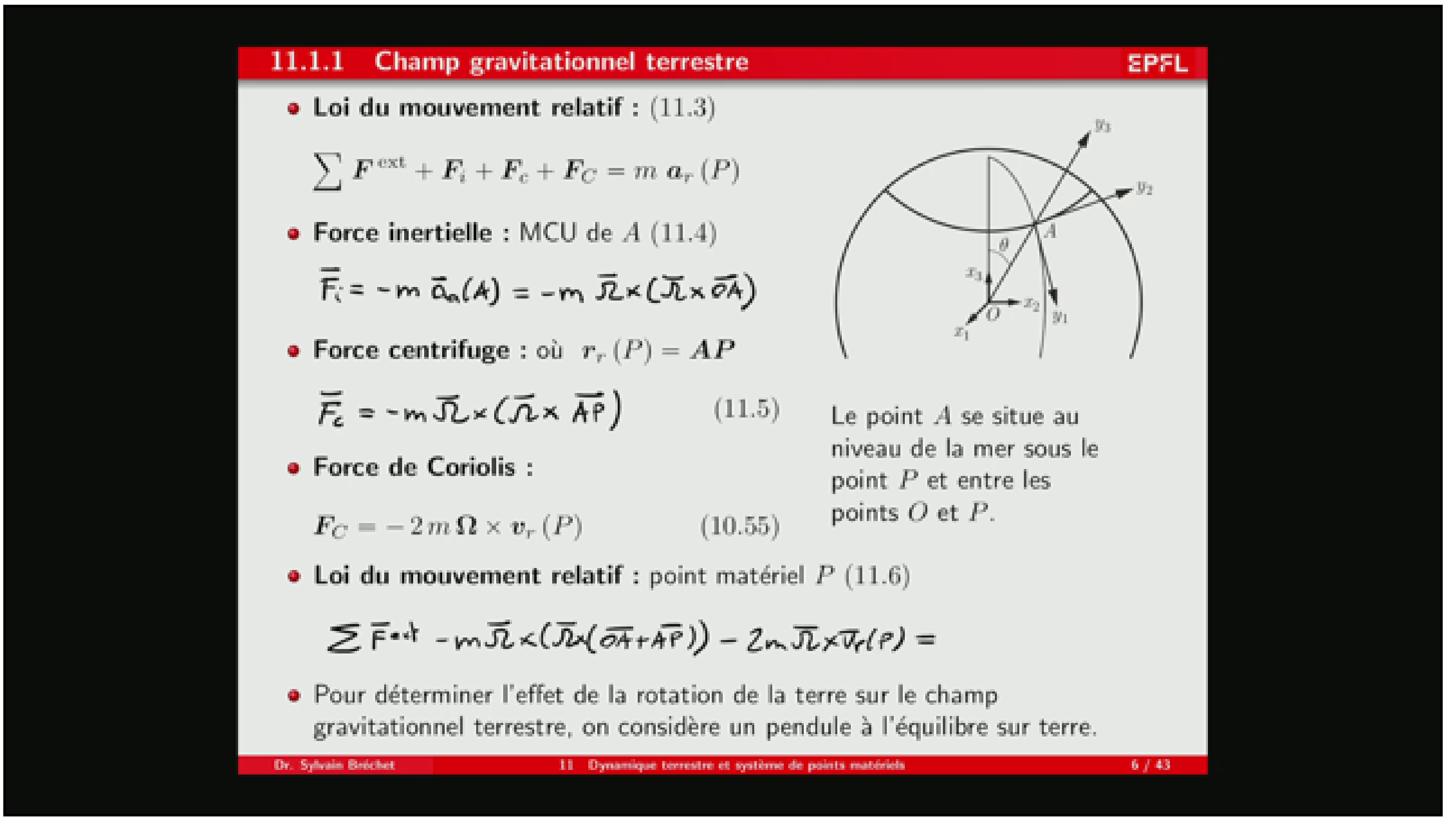


relatif à la surface de la Terre pour un tir vertical.

notes

résumé

6m 19s

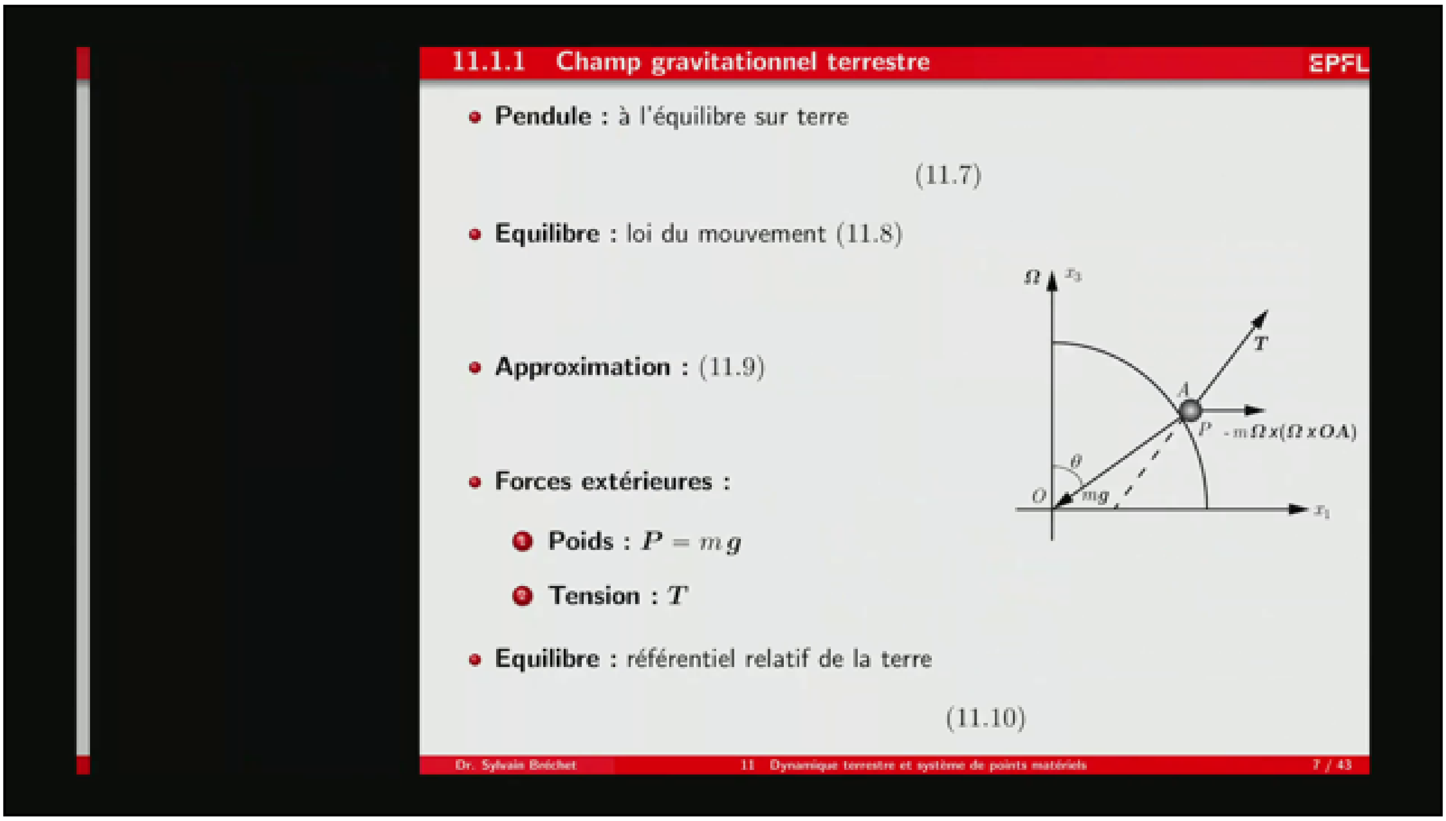


Pour trouver l'équation horaire, il va falloir évidemment intégrer l'équation du mouvement

notes

résumé

10m 19s

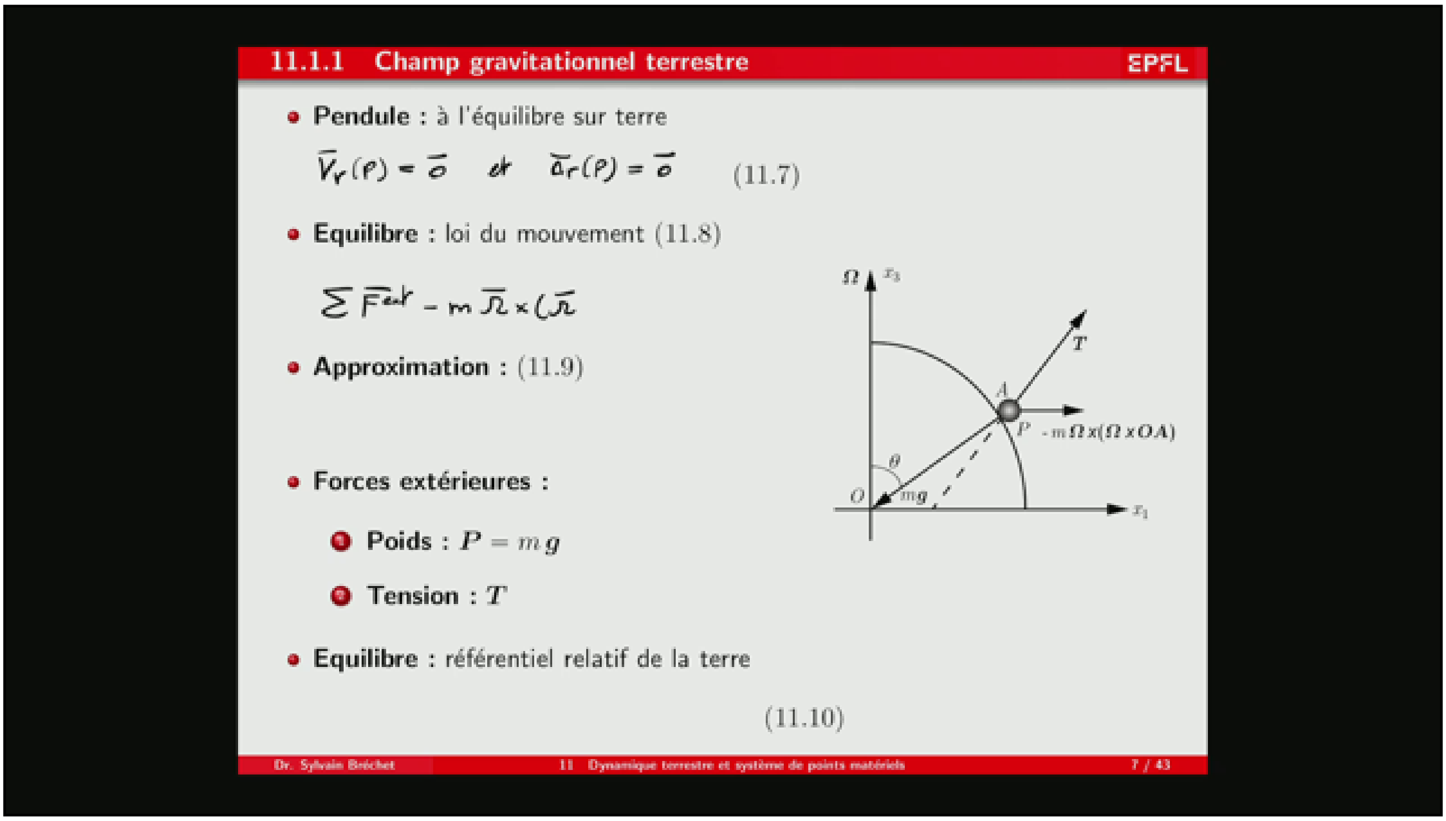


qui est ici compte tenu des conditions initiales données là.

notes

résumé

16m 1s

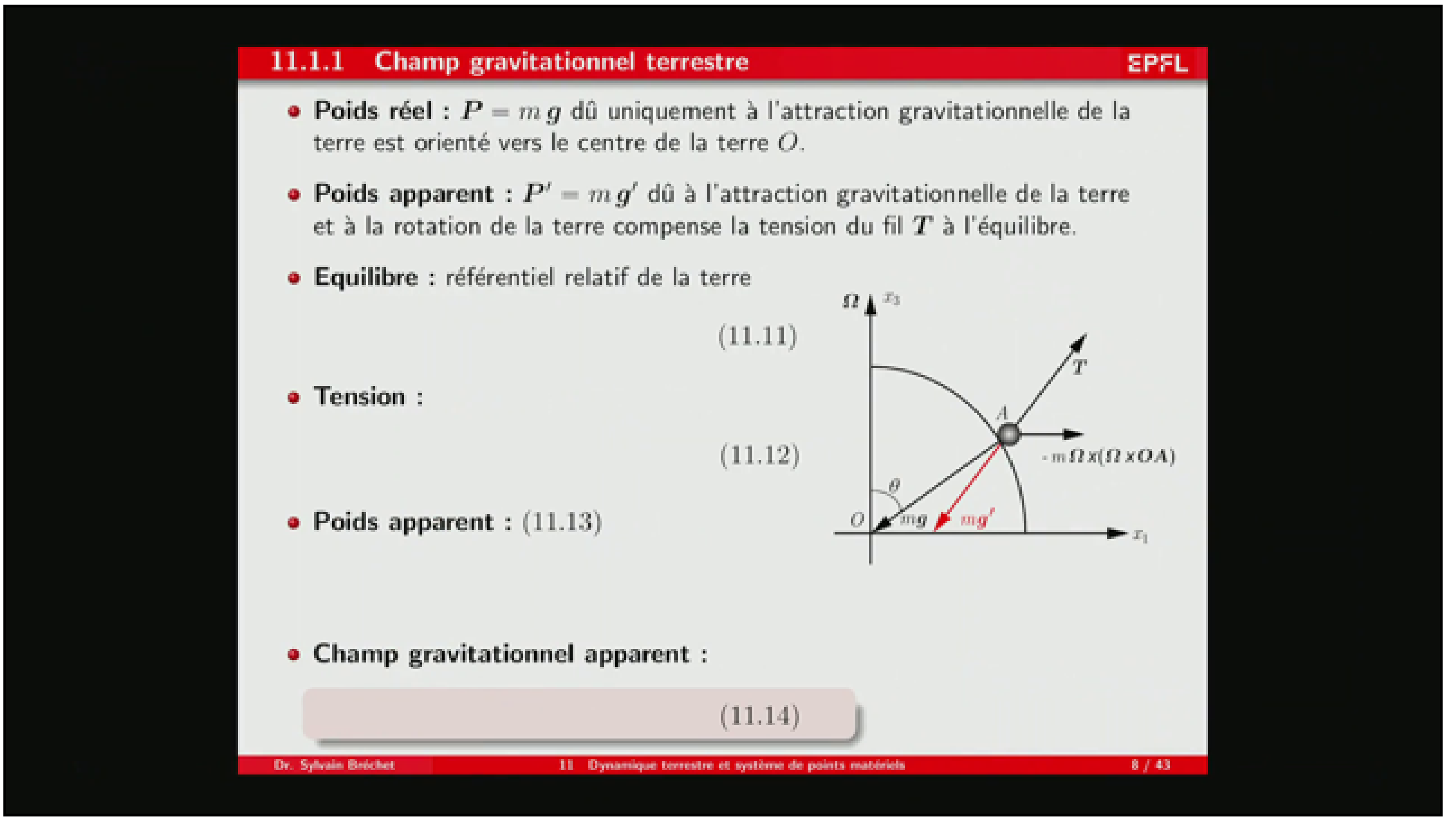


Alors on ne va pas écrire formellement les intégrales, on va le faire de manière implicite.

notes

résumé

17m 7s

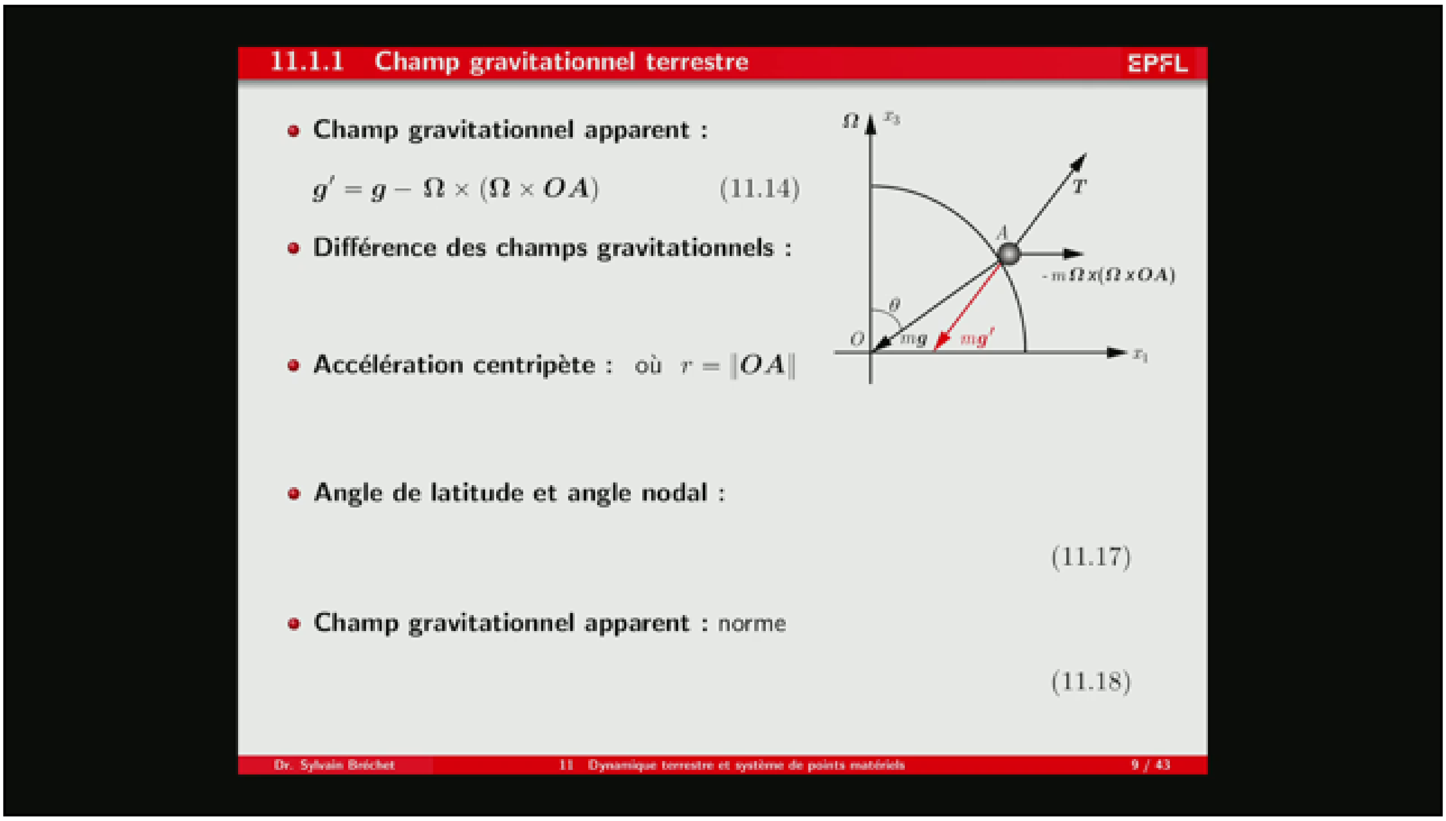


L'intégrale de x.0 est nulle compte tenu des conditions initiales, c'est donc un x.

notes

résumé

18m 39s

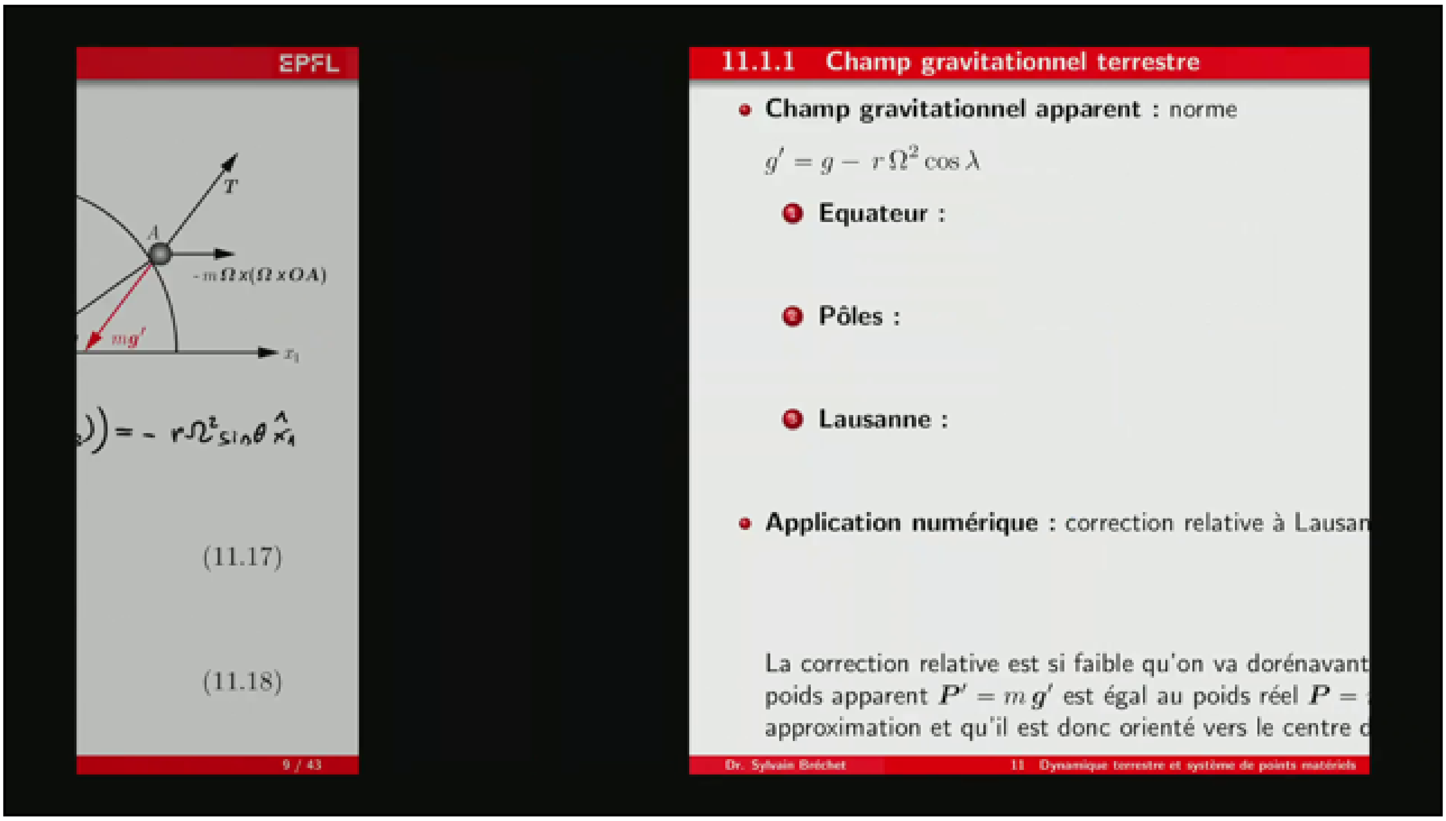


Ensuite, 2 et lambda, quand on intègre par rapport au temps y.

notes

résumé

20m 22s

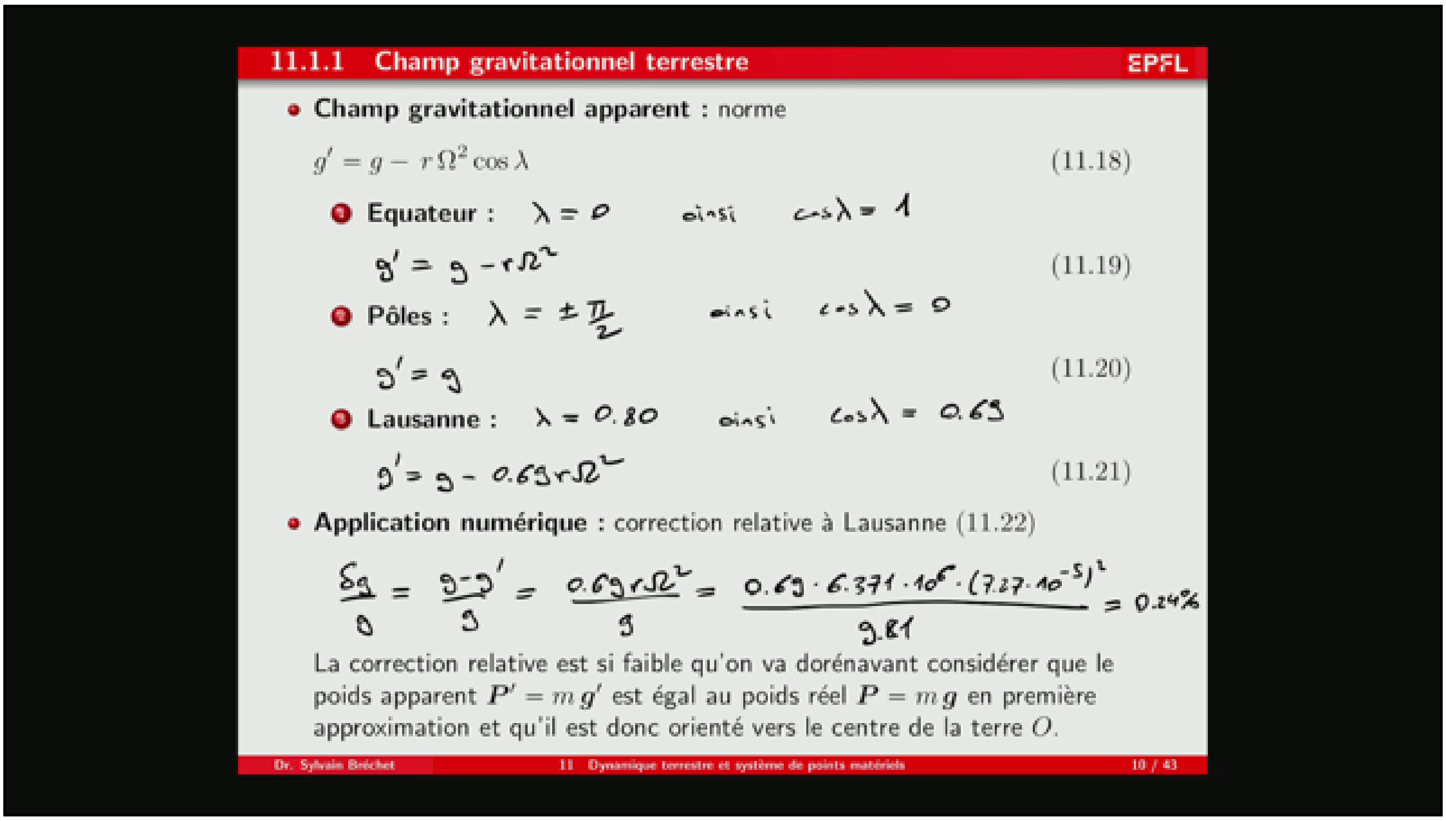


En tout cas, en tout cas, on trouve y-y.0, y.0 est nulle donc c'est y et puis nous reste le sinus de lambda qui est constant.

notes

résumé

22m 53s

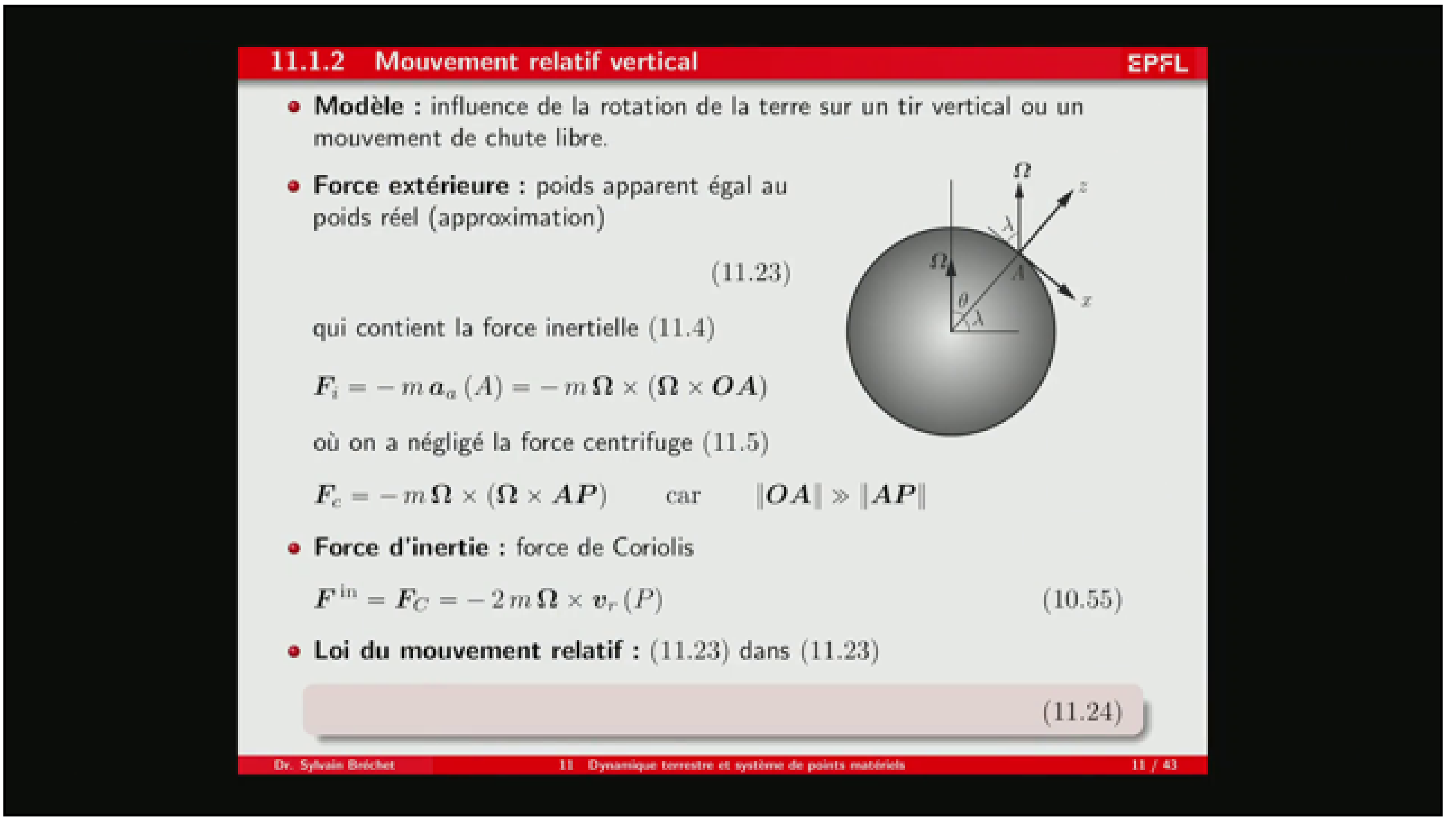


Pour la deuxième équation, l'intégrale par rapport au temps de y.0 c'est y.1-y.0 qui est nulle.

notes

résumé

27m 13s

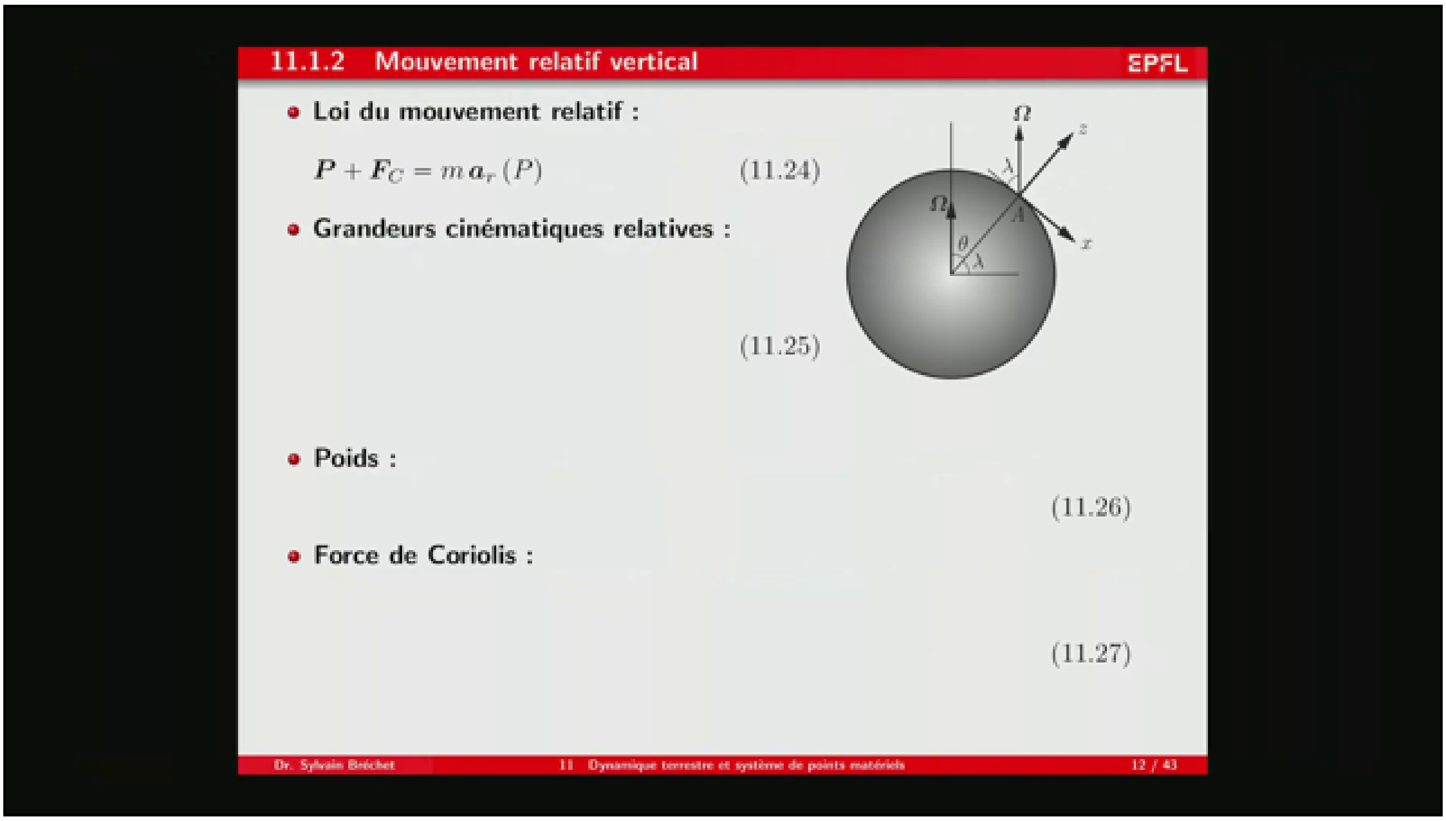


Dans le membre de droite, on aura –2ω, l'intégrale de z.1 compte tenu des conditions initiales c'est z-z0.

notes

résumé

32m 1s

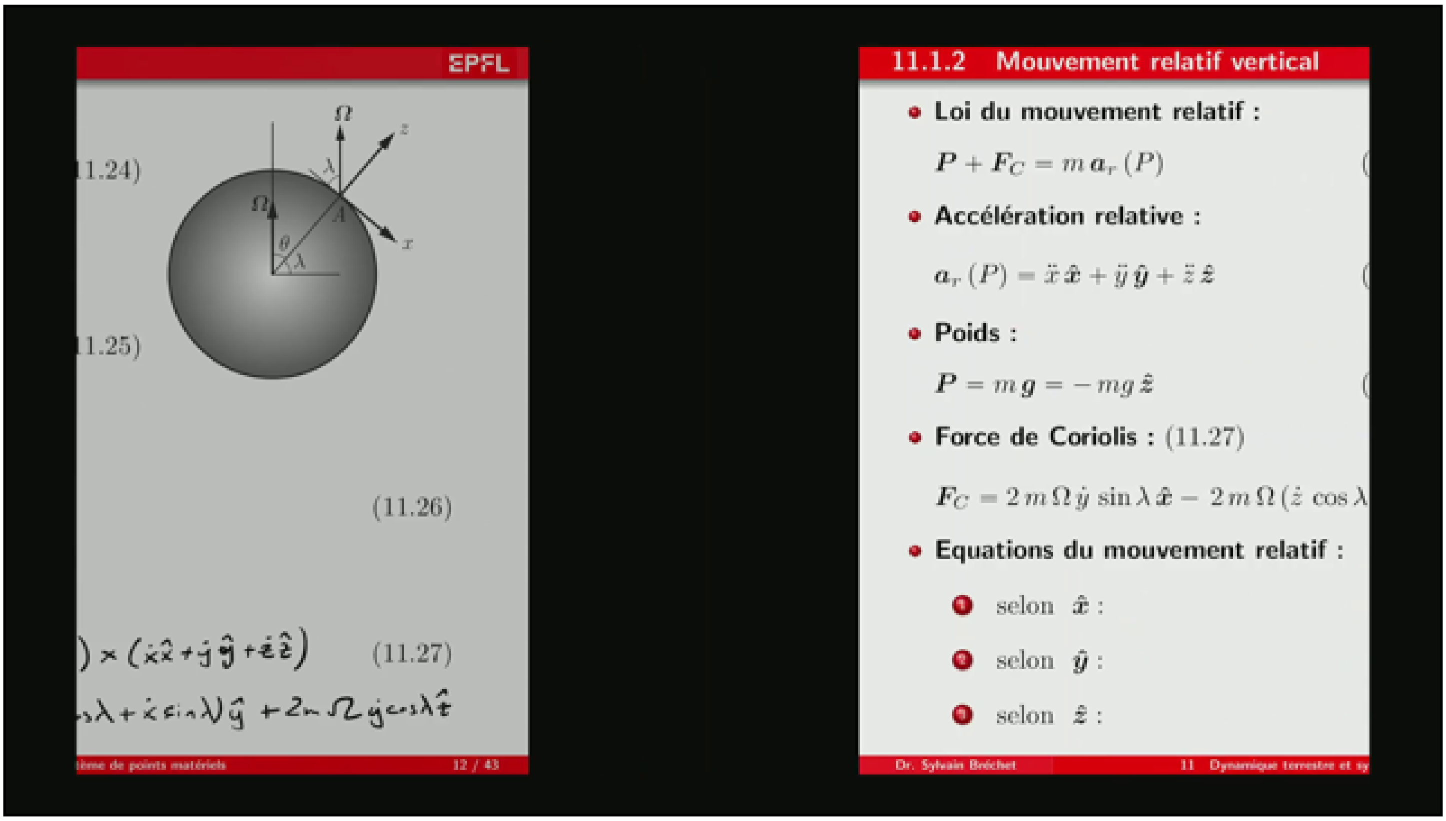


C'est pour ça qu'il faut être prudent, z-z0 qui multiplie donc le cosilus de lambda.

notes

résumé

32m 46s

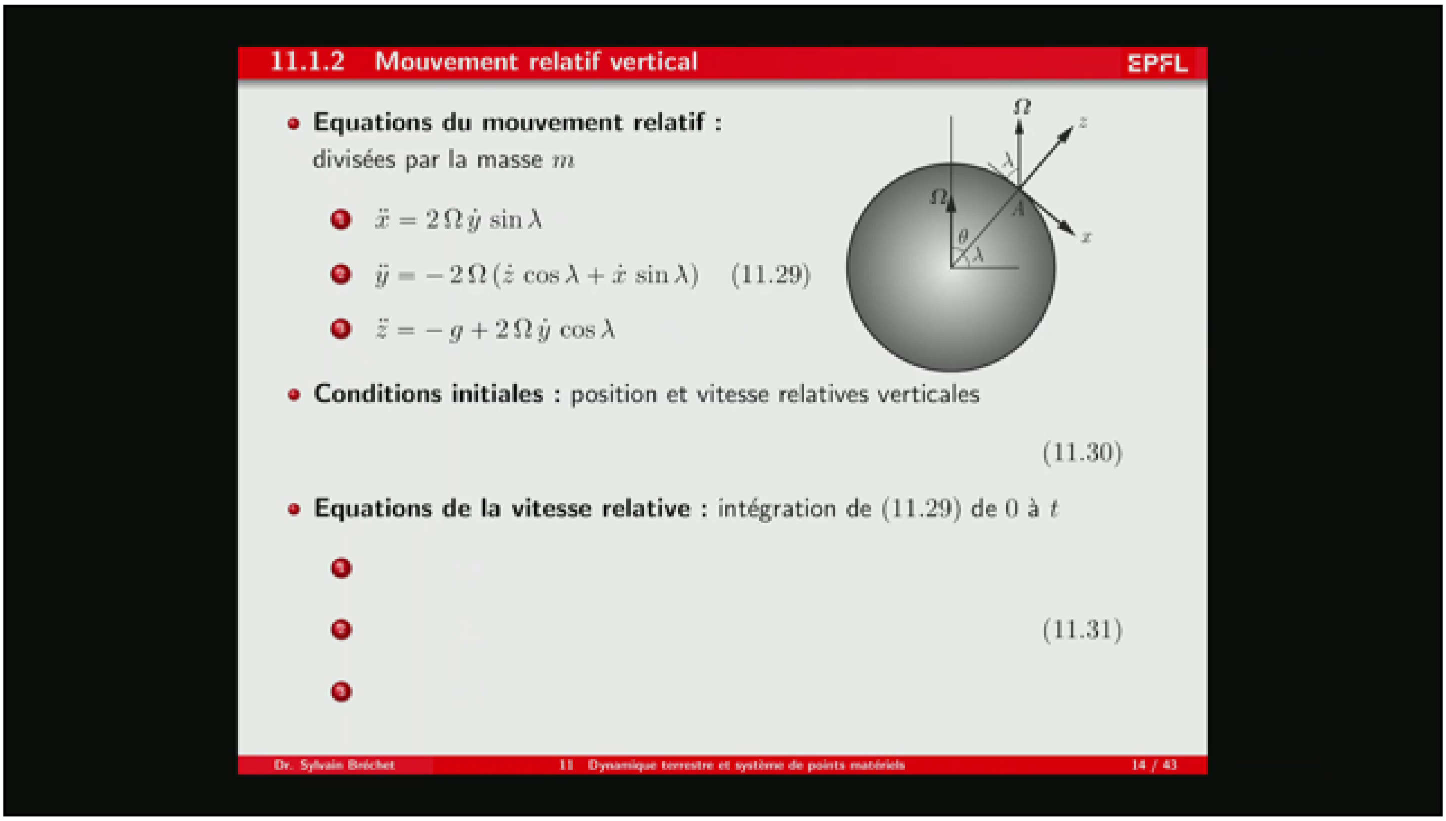


L'intégrale de x. c'est x-x0 mais x0 est nulle donc on aura un x fois le sinus de lambda.

notes

résumé

34m 47s

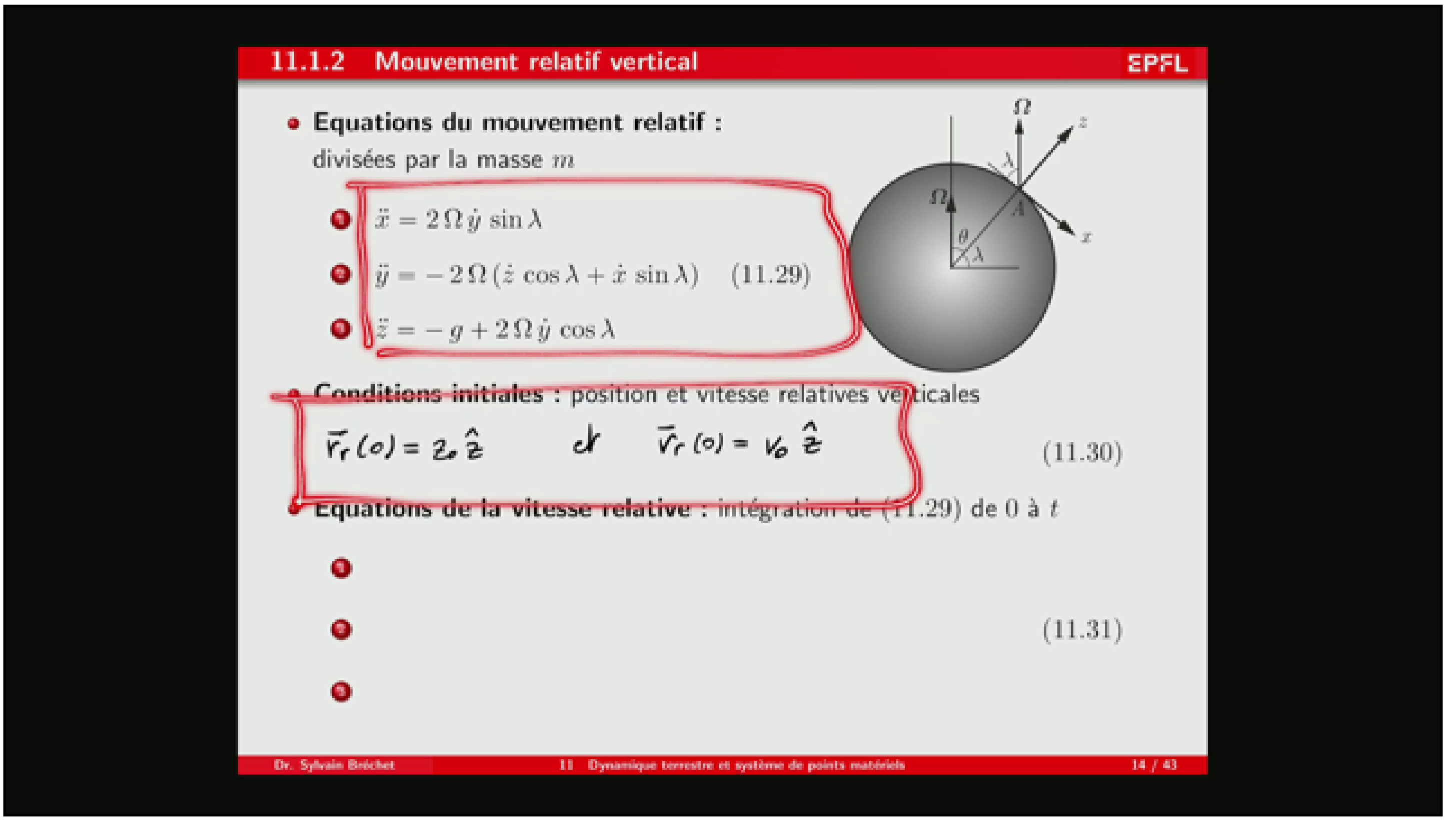


Dans la dernière équation maintenant, l'intégrale par rapport au temps de z.1 c'est z.1-z.0 qui est la coordonnée verticale de la vitesse initiale donc c'est –v0.

notes

résumé

39m 22s

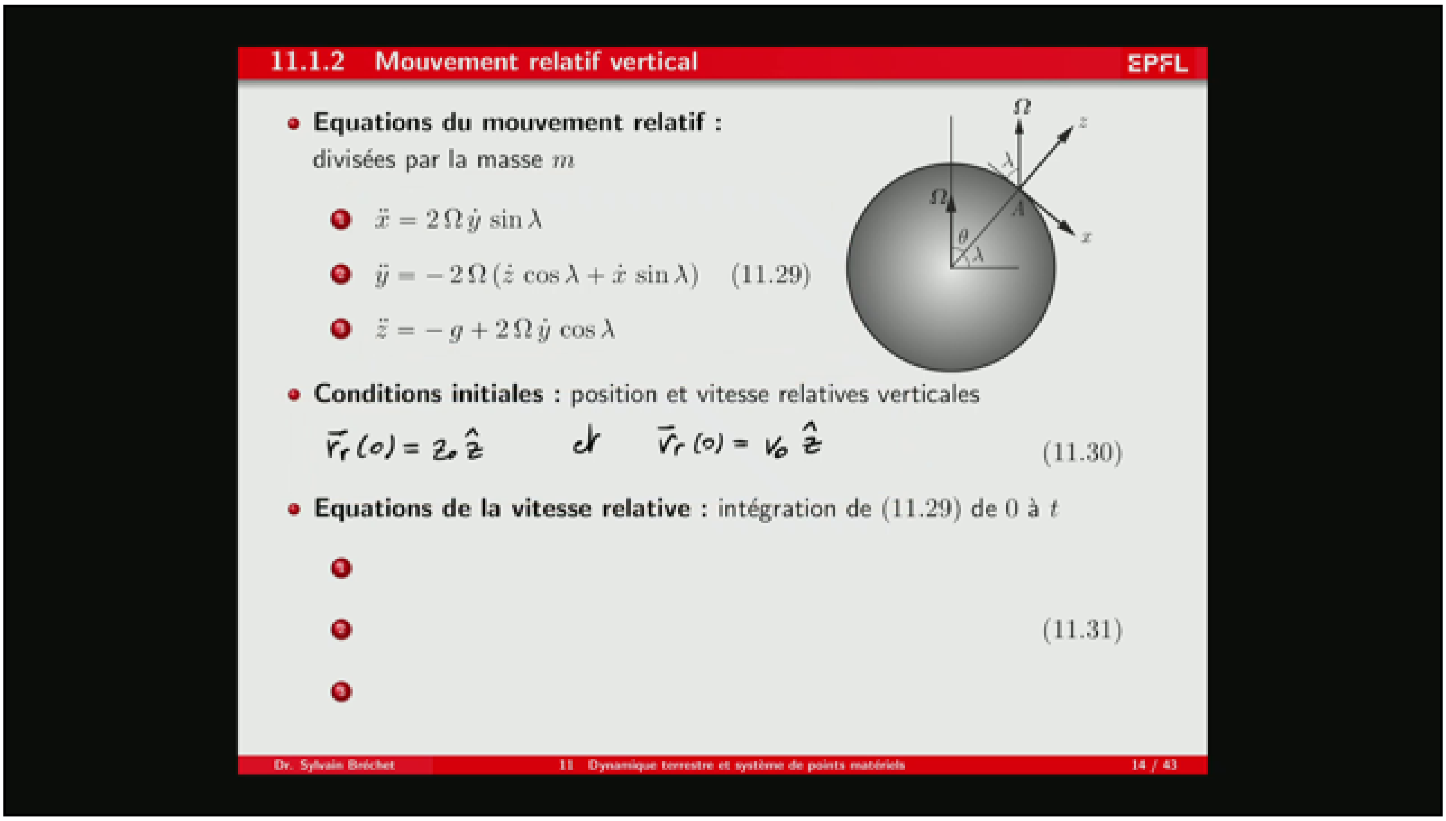


Dans le membre de droite, l'intégrale de –g par rapport au temps c'est –gt.

notes

résumé

41m 19s



Ensuite on a 2ω, l'intégrale de y. c'est y-y0, y.0 est nulle, fois le cosilus de lambda.

notes

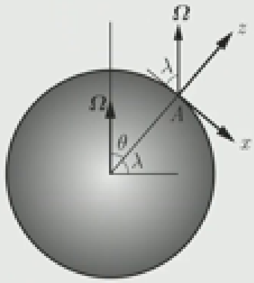
résumé

43m 1s

11.1.2 Mouvement relatif vertical

EPFL

- **Equations du mouvement relatif :** (11.29)
  - $\ddot{x} = 2\,\Omega\,\dot{y}\,\sin\lambda$
  - $\ddot{y} = -\,2\,\Omega\,(\dot{z}\,\cos\lambda + \dot{x}\,\sin\lambda)$
  - $\ddot{z} = -\,g + 2\,\Omega\,\dot{y}\,\cos\lambda$
- **Equations de la vitesse relative :** (11.31)
  - $\dot{x} = 2\,\Omega\,y\,\sin\lambda$
  - $\dot{y} = -\,2\,\Omega\,\Big((z -\,z_0)\cos\lambda + x\,\sin\lambda\Big)$
  - $\dot{z} = -\,gt + v_0 + 2\,\Omega\,y\,\cos\lambda$



- **Equation du mouvement relatif :** selon l'axe Ay (11.31) dans (11.29)

(11.32)

- **Approximation :** $\Omega^2 y \ll \Omega\,v_0$: on néglige les termes en Ω^2 au 1$^{\text{er}}$ ordre

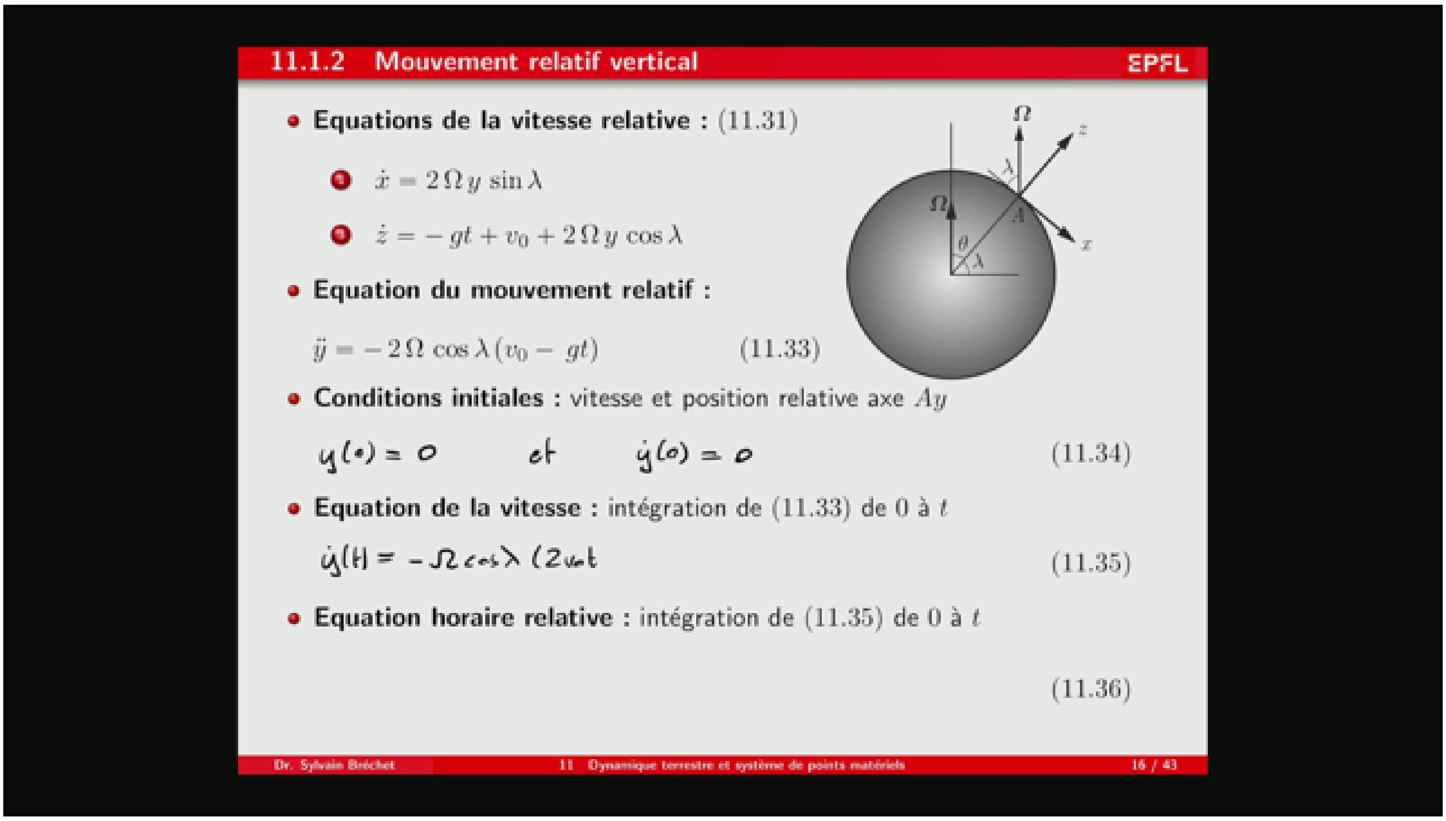
(11.33)

Donc on a nos équations de la vitesse relative.

notes

résumé

43m 2s

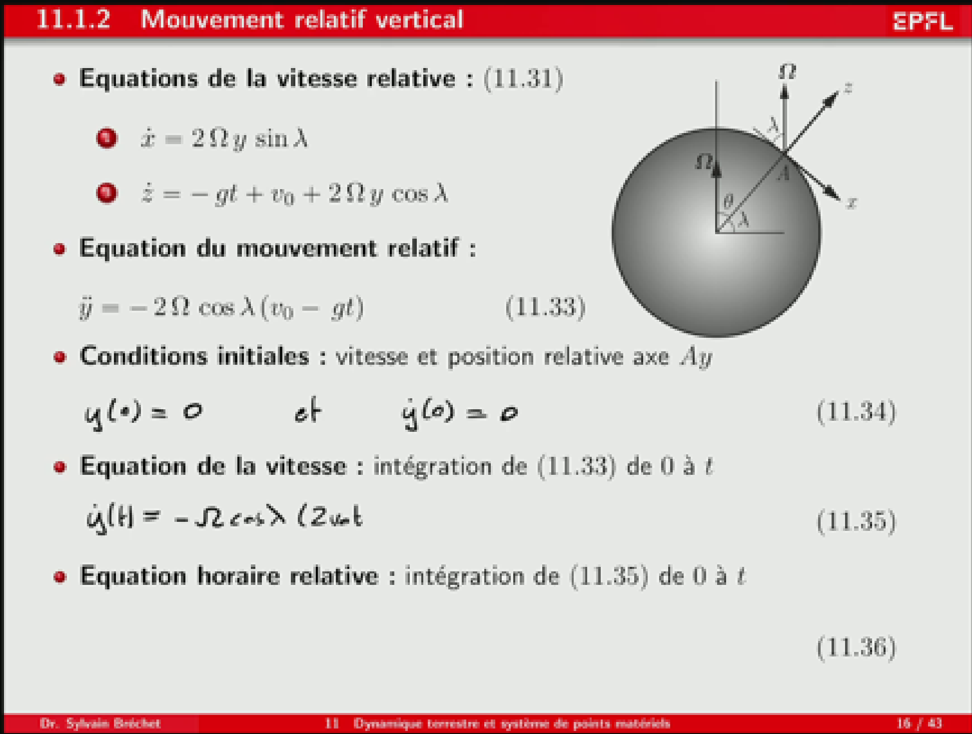


Bon et maintenant on va jouer au puzzle. Donc on a les équations du mouvement qui sont ici. Qu'est-ce qui nous intéresse concrètement d'abord ? C'est de voir la déviation le long du parallèle terrestre, le long de l'axe y. On a l'équation du mouvement selon y qui est ici. On voit que cette équation dépend de z. et de x. Or justement z. et x. on vient des déterminés. Donc on va prendre ces deux équations, on va les substituer dans l'équation du mouvement qui donne le mouvement le long du parallèle terrestre, là où aura lieu la déviation. Alors ça donne quelque chose d'assez compliqué. On a y. qui est égal à –2ω, fois le cosilus de lambda, il faut que vous faites point z. c, v0 – gt, plus 2ω y cosilus lambda. Ensuite on a –2ω sin lambda qui multiplie x. qui est 2ω y sin lambda. Et c'est là qu'il faut utiliser les chiffres qu'on a introduits tout à l'heure. ω est de l'ordre de 7,27 fois dix-piscence –5. ω² va être de l'ordre de dix-piscence –9. D'accord ? Comme ordre de grandeur. C'est tout petit. Donc en fait, même si on les multiplie par un y et un v0 pour que la dimension soit la même, avec un y et un v0 qui sont des grandeurs comparables à l'unité, dans les unités respectives, on se retrouve donc avec des termes en ω² qui sont négligeables par rapport au terme en ω. Donc dans l'équation du dessus, lorsqu'on a un ω², ce qui est le cas ici et là, on va simplement pouvoir négliger ces termes qui sont très petits. Donc dans cette approximation, y.1 sera –2ω cosilus lambda qui multiplie v0 – gt. Donc on a trouvé l'équation du mouvement relatif le long du parallèle terrestre dans l'approximation qu'on vient de mentionner. Quand ? Ce qu'on veut, nous, c'est l'équation horaire. Il va falloir

notes

résumé

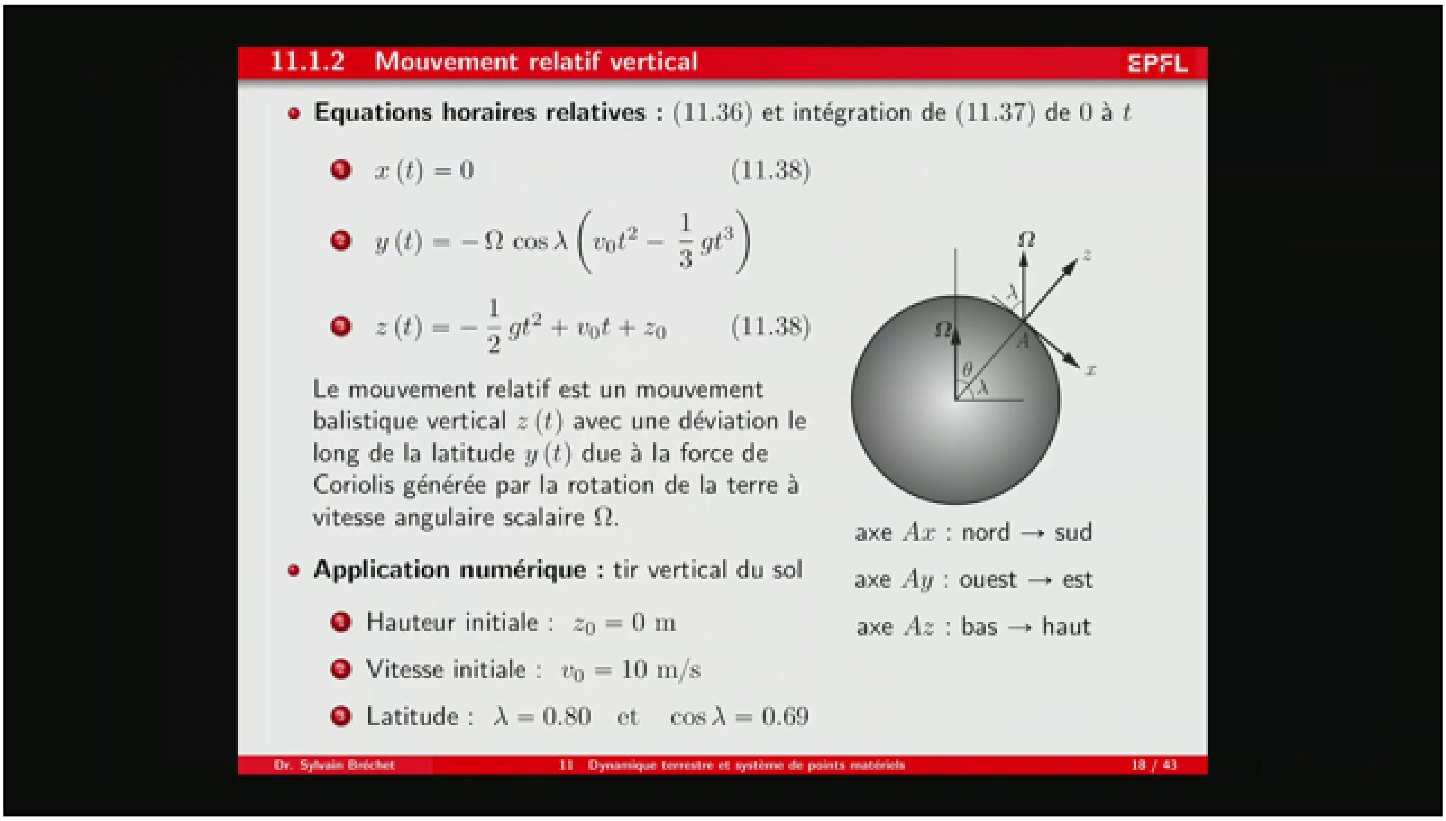
44m 41s



donc intégrer par rapport au temps deux fois l'équation du mouvement. Compte tenu des conditions initiales qu'on connaît déjà, puisqu'on sait que y.2,0 est nul. On se retrouve à la verticale de l'origine, donc il n'y a pas de déviation, ni vers l'est, ni vers l'ouest. La vitesse initiale est verticale, ce qui veut dire qu'il n'y a pas de vitesse initiale le long du parallèle terrestre. Donc on intègre par rapport au temps y.1 pour trouver y.1 qui est une fonction du temps. Le fait d'intégrer v0 qui est une constante va nous donner un v0t. Le facteur 2, on va le placer à l'intérieur de la parenthèse, ça sera utile tout à l'heure, donc on a un moins omega cosinus lambda qui va multiplier 2 v0t. Et lorsqu'on intègre un t, on va se retrouver avec une demi de t².

notes

résumé

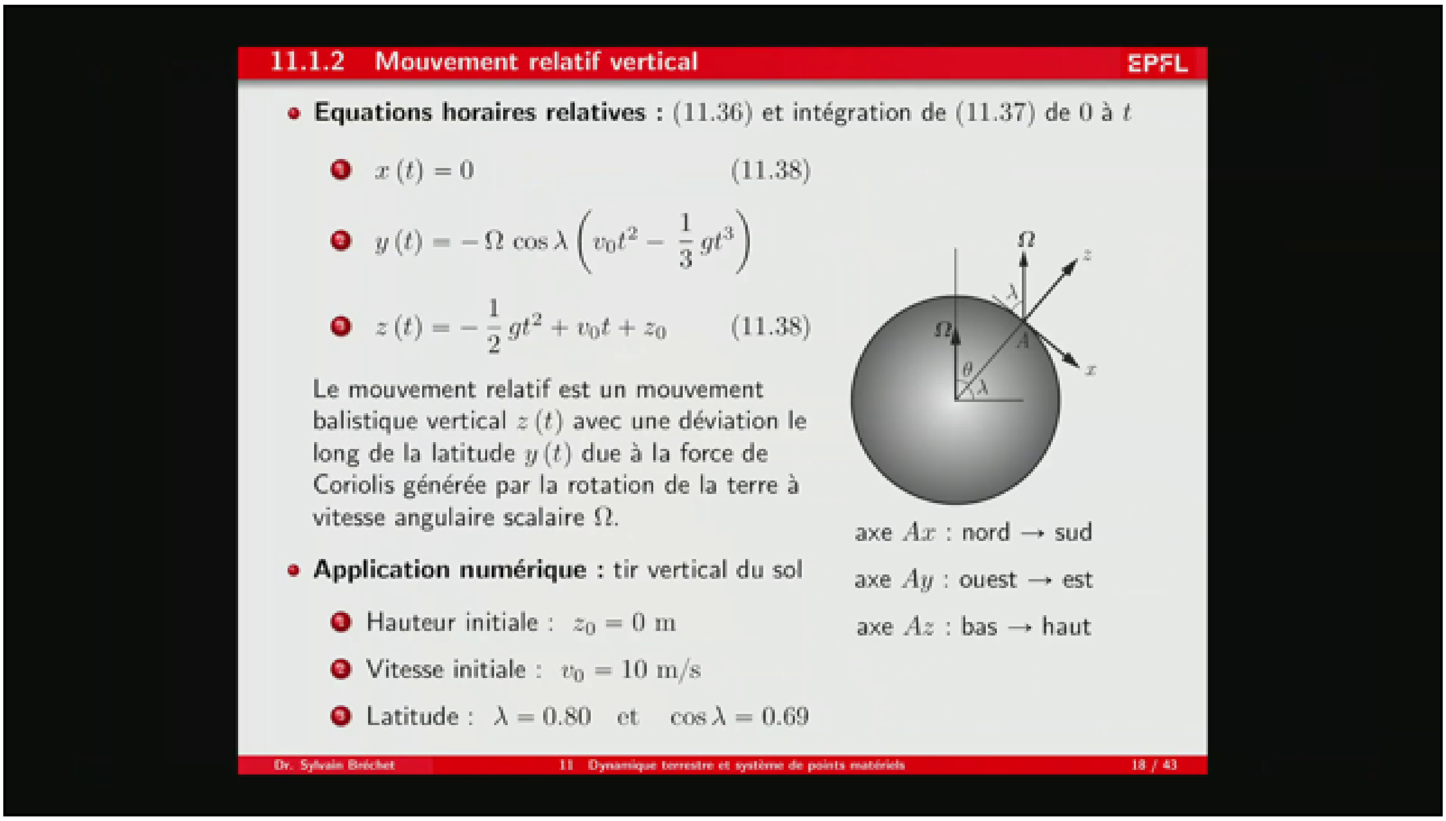


Le facteur 2, le facteur 1 demi, se simplifie, va nous rester un moins gt. Cette équation là réintègre une deuxième fois par rapport au temps pour trouver l'équation r relative y2t. Lorsqu'on intègre le t, on a une demi de t². Le facteur 1 demi, le facteur 2 se simplifie, lorsqu'on intègre... Il y a un t² qui manque ici, voilà. Lorsqu'on intègre le t², on a un tiers de t³, donc on va se retrouver avec un moins omega cosinus lambda qui multiplie v0t² moins un tiers de gt³. Ok ? Donc on a trouvé l'équation horaire pour la déviation le long du parallèle terrestre. On a besoin encore des deux autres équations horaires, celles selon le méridien terrestre orienté vers le sud, et celles selon la verticale du lieu. Bon, on a les équations de la vitesse qu'on va devoir intégrer. On a le contenu maintenant de l'équation horaire selon l'axe y qu'on connaît, qu'on va donc pouvoir substituer dans ces deux équations. On va le faire. Donc on a x point qui va être donc de la forme, moins 2 omega carré sinus lambda cosinus lambda qui multiplie v0t² moins un tiers de gt³. Et ceci, compte une du fait qu'on a un terme en omega carré, ce terme-là est négligeable, ce qui veut dire qu'au premier ordre, la déviation due à la rotation de la Terre vers le sud est négligeable. Ce n'est pas assez intuitif, puisque la Terre tourne d'ouest en l'est. Qu'en est-il maintenant de la déviation verticale ? On peut la calculer. Surtout on peut calculer z point, z point qui va être v0 moins gt, ce qu'on a pour un mouvement balistique traditionnel. Puis maintenant on a un terme supplémentaire qui est moins 2 omega carré cosinus, carré lambda qui multiplie v0t² moins un tiers de gt³. Il est clair que ce dernier terme étant en omega carré, il est négligeable.

notes

résumé

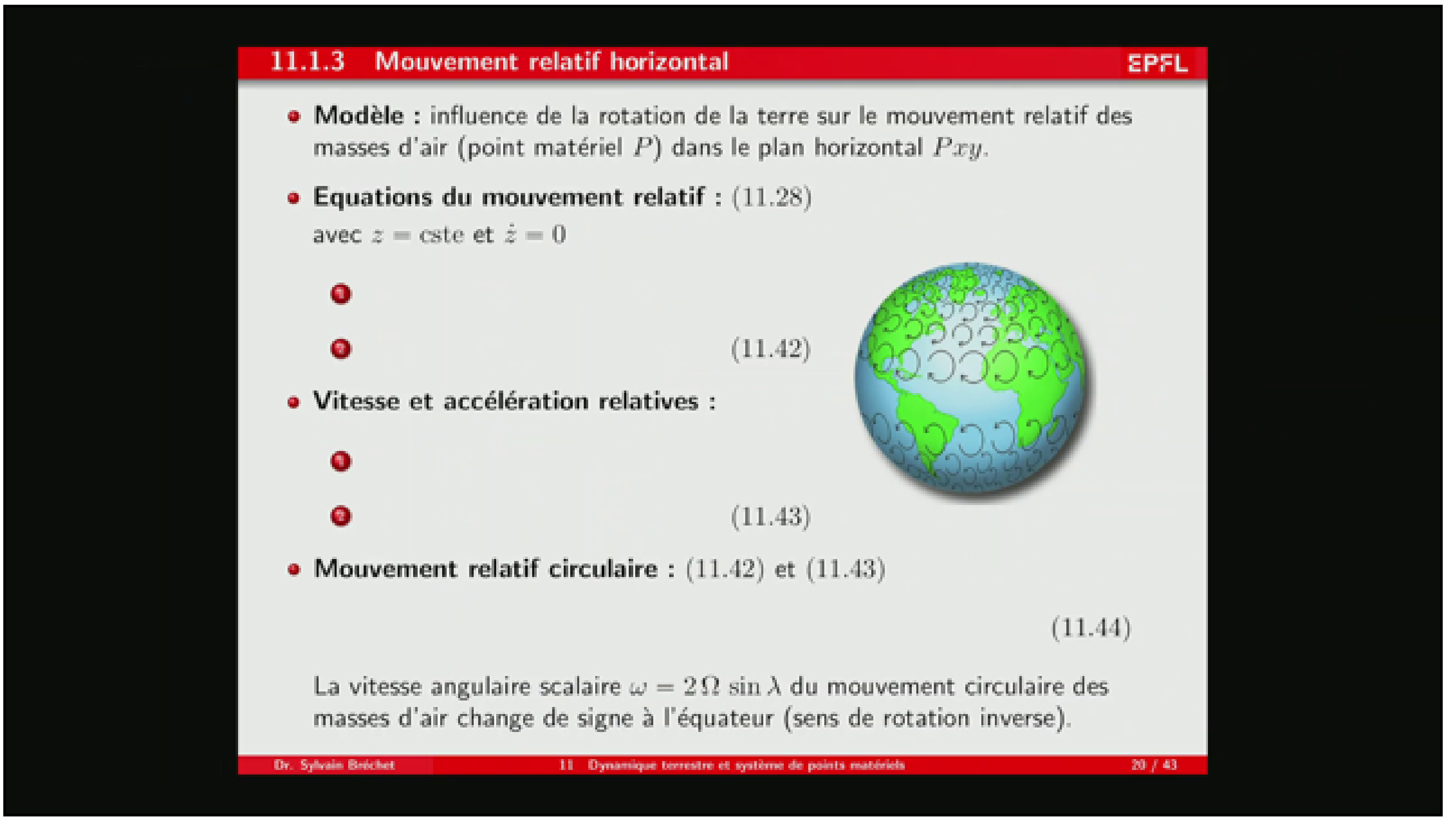
48m 1s



Donc tout ce qui va nous rester, c'est un v0 moins gt. Donc la bonne nouvelle, c'est que grâce à ces approximations, la situation est assez simple, puisque si x doté est-elle que x point est nul, et que x doté est nul, x est constant, initialement nul, il va le rester,

notes

résumé

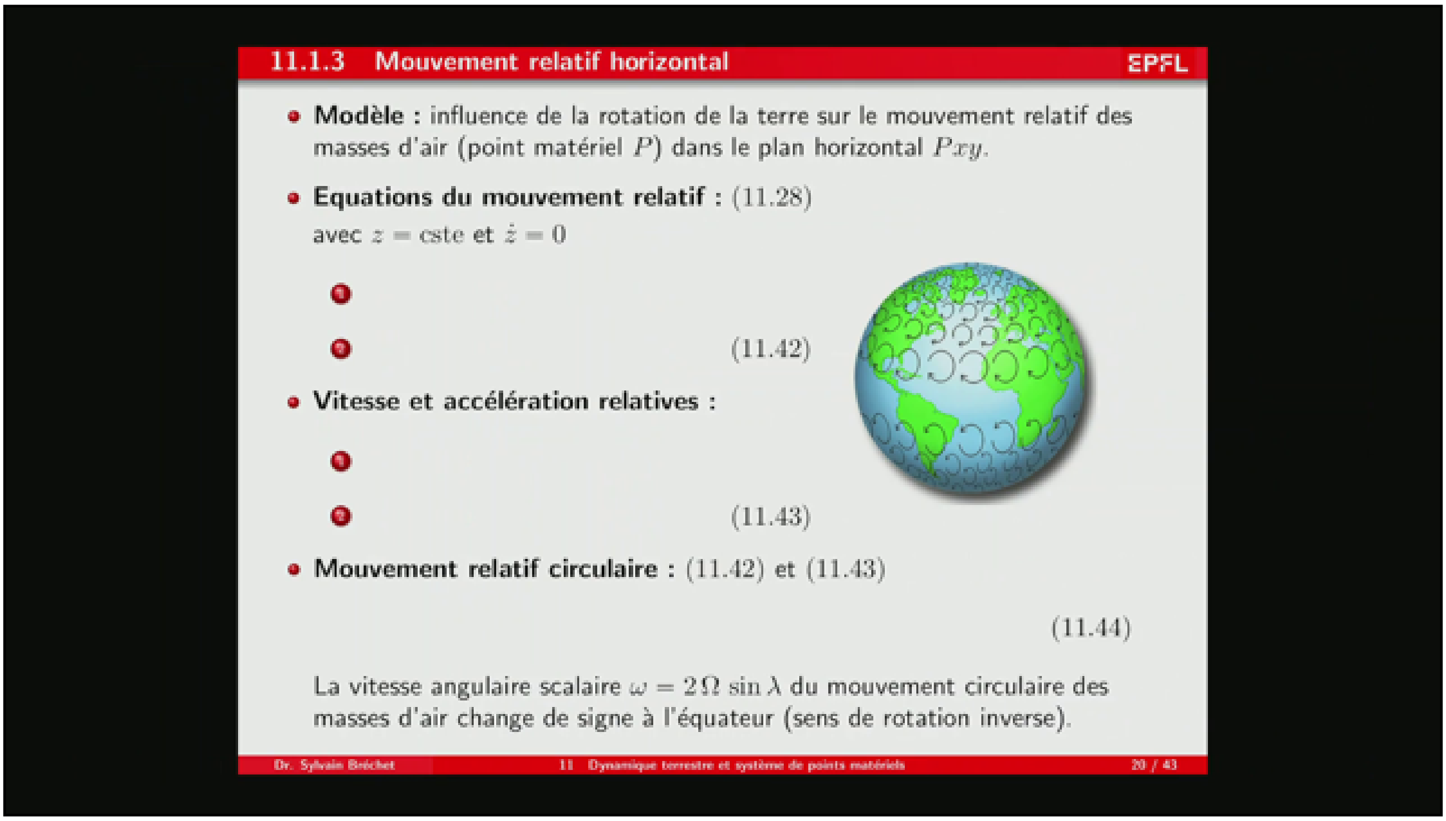


ce qui veut dire qu'il n'y a aucune déviation vers le sud. x doté est nul. Maintenant, pour le mouvement vertical, si on a z point qui est v0 moins gt, on intègre compte tenu des conditions initiales, on va se retrouver qu'une demi de gt² plus v0t, puis encore la condition initiale sur z, qui va nous donner un z0. Et donc, si on se résume, selon l'axe vertical, au premier ordre, on a un mouvement balistique traditionnel. Selon l'axe nord-sud, il n'y a aucune déviation. La seule déviation intéressante est celle selon l'axe est-ouest. Alors maintenant, concrètement, ça donne quoi si on lance une bouteille d'avion, une balle à lausanne, avec une vitesse initiale vers l'eau qu'on peut atteindre à la main, de 10 mètres par seconde dans 36 kmh. Prenons une petite balle, vous la lancez en l'air, vous pouvez atteindre à peu près ce genre de vitesse. Alors on va faire le calcul, mais grosso modo, la balle va monter d'à peu près 5 mètres et elle redescend. La question la suivante, quand elle tombe par terre, quelle a été sa déviation due à la rotation de la Terre ? Alors pour simplifier le calcul, on prend un z0 égal à zéro. La vitesse initiale, c'est 10 mètres par seconde. L'AMDA en radiant pour l'osanne, l'angle de latitude c'est 0,80 radiant, d'accord, et puis le cocinus de l'AMDA c'est 0,69. Bon, alors faisons le calcul. On veut d'abord déterminer le temps d'ascension, grandé, qu'est-ce qu'on sait ? Lorsque la balle, où la bouteille d'avion arrive au 100 mètres de sa trajectoire, sa composante de vitesse verticale est nulle. Sa composante de vitesse verticale est de la forme moins g foite plus v0, et la nulle, ce qui permet donc de déterminer le temps d'ascension qui est v0 sur g, soit 10 mètres par seconde divisé par 9,80 mètres par seconde carré, donc le résultat est en

notes

résumé

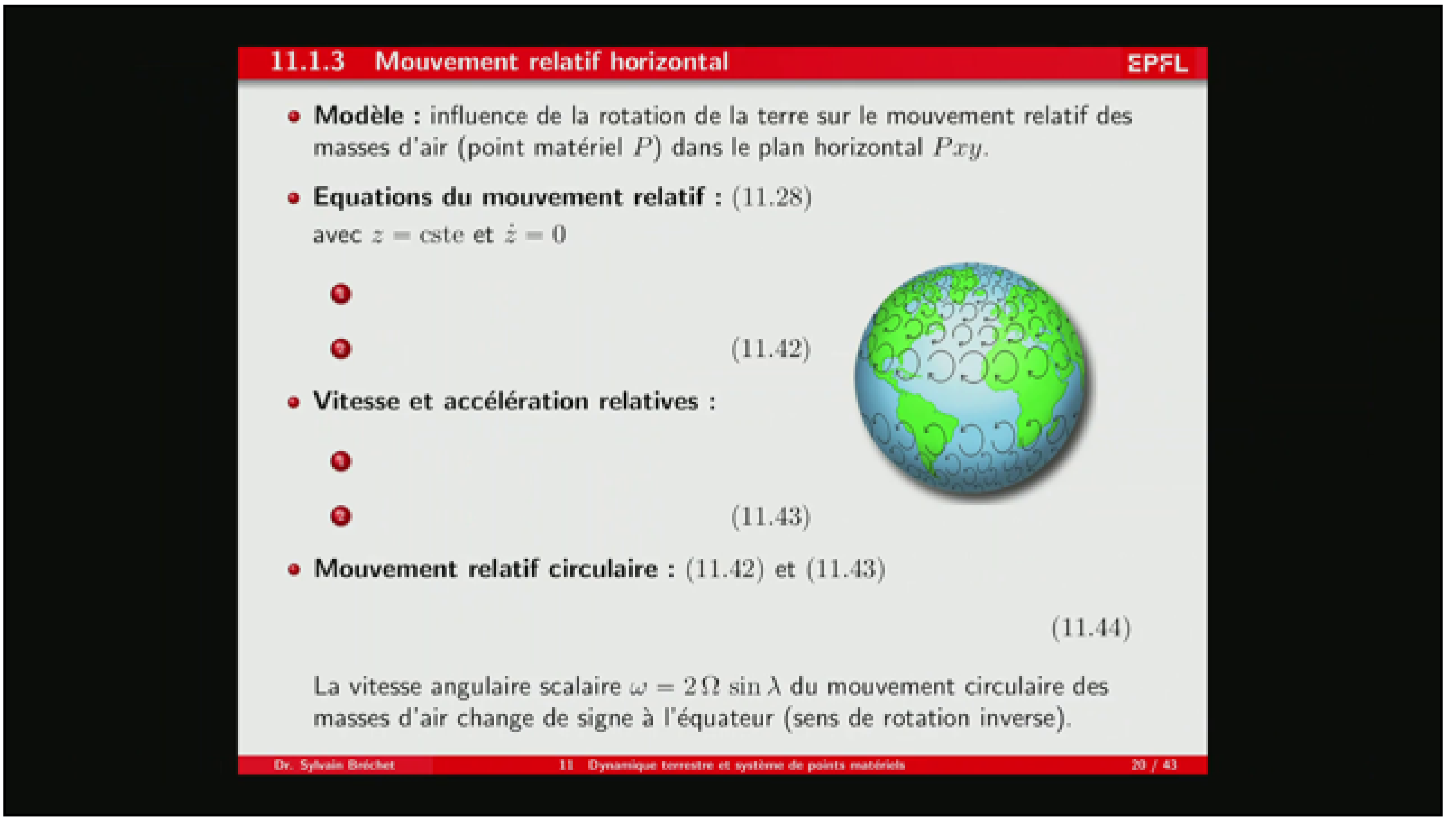
50m 34s



seconde, il vaut 1,02 seconde. Il faut donc à peu près une seconde à la balle pour monter d'une distance de 5 mètres. Elle redescend de manière symétrie, qu'on église le frottement, la hauteur maximale que va atteindre la balle, on évalue donc z au temps t, ça va être moins de demi de gt carré plus v0t. Si on remplace t par v0 sur g, on trouve v0 carré sur 2g. Ce qui vaut 10 mètres par seconde élevée au carré, divisé par 2,9,81 mètres par seconde carré, il s'agit donc de 5,10 mètres. Bon, alors maintenant on vient le suspense, quelle va être la déviation au sol ? Alors elle est petite en son doute, elle est très petite, on va quand même la déterminer, mais elle est absurable, avec un appareillage perfectionné. C'est déviation au sol, on va la trouver après un temps qui est 2t, qui est le temps d'ascension plus le temps de descente et qui est symétrique. On prend donc l'équation raire, y2t, on remplace le petit t par 2g, sachant que gt est v0 sur g. Et ce qu'on trouve, c'est moins les 4, de v0 au cube, divisé par g carré, fois omega, fois le cosines de l'amda. C'est moins 4, fois 10 mètres par seconde, élevé au cube, fois 7,27, fois d'isplicence, moins 5 secondes, moins 1, fois le cos de l'amda, qui est 0,69, le toutes, divisé par 3,9,81, élevée au carré. Alors si vous faites le calcul, alors, c'est les mètres, j'ai oublié d'indiquer ici, hop, voilà, si vous faites le calcul et que vous convertissez ceci en millimètres, ce que vous trouvez, c'est moins 0,69 millimètres. D'accord ? Donc le décalage de la balle, lorsqu'elle retombe au sol, c'est les 2,3 de 1 millimètre, c'est rien. Donc un tout petit erreur sur la verticalité de la balle lancée influence beaucoup plus sur le résultat que la rotation de

notes

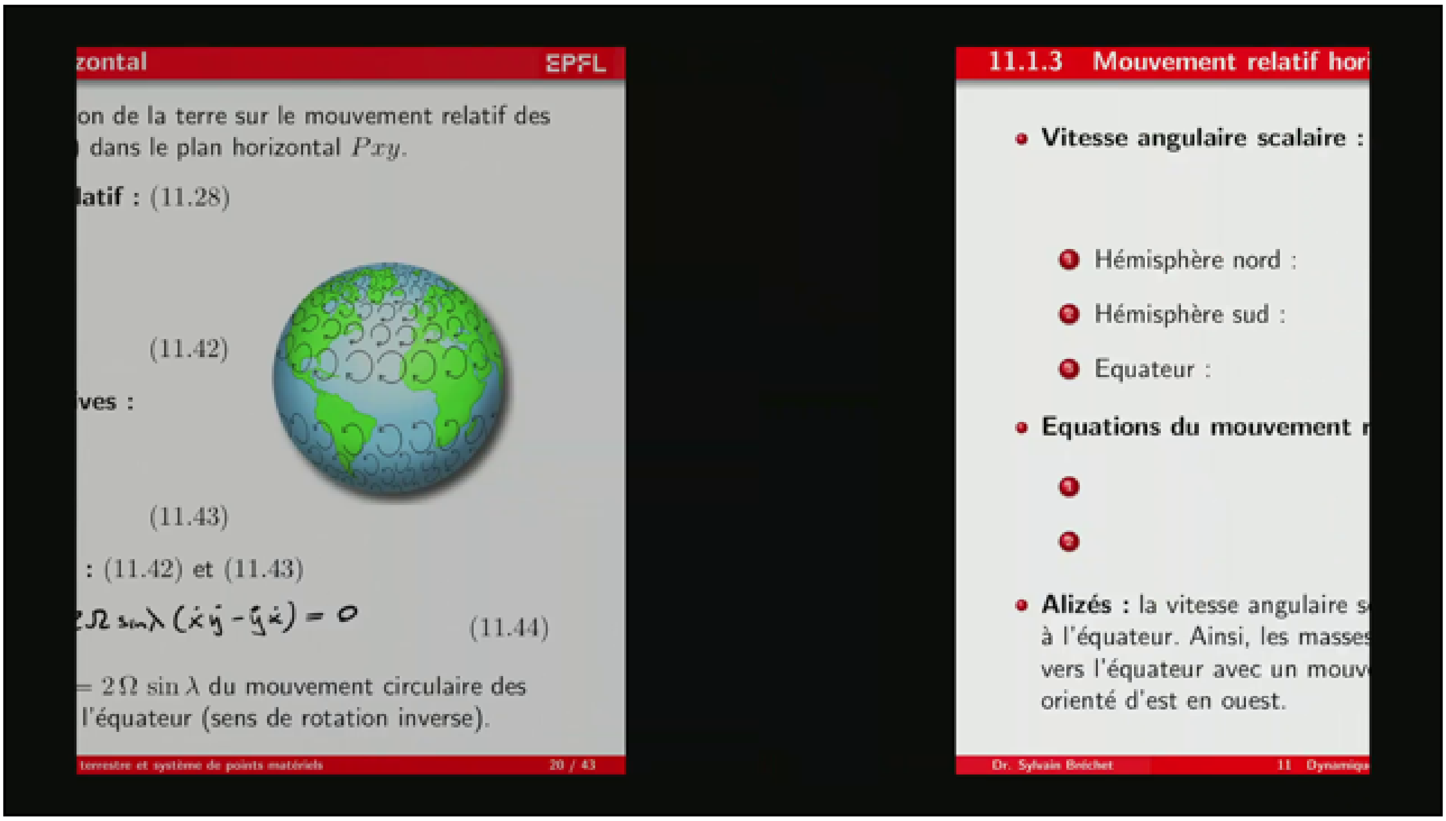
résumé



la Terre au final. C'est pour ça que vous posez jamais la question de savoir qu'est-ce qui se passe si la Terre tourne lorsque vous tirez une balle en l'air, d'accord ? Elle retombe quasiment au même point. Alors si, au lieu de prendre une balle, on prend de l'eau qui sort du gédot de Genève à très haute vitesse, qui atteint une hauteur de 120 mètres avant de retomber, le temps de vol de l'eau est évidemment beaucoup plus long que celui de la balle, donc la Terre a plus de temps de tourner, et la déviation que vous avez au sol, pour y faire le calcul, est de l'ordre de 5 centimètres. Ça reste petit, d'accord ? Mais c'est mesurable. Bon, alors vous êtes peut-être un peu déçu parce que vous dites qu'on est en train de parler dynamique terrestre et puis finalement, ce dont on se rend compte, que dans la pratique, en général, ces dynamiques terrestres, elles sont négligeables. Eh bien, il y a un cas où elle n'est pas négligeable, et où c'est très intéressant de considérer ce qui se passe, c'est pour un mouvement relatif qui est horizontal.

notes

résumé

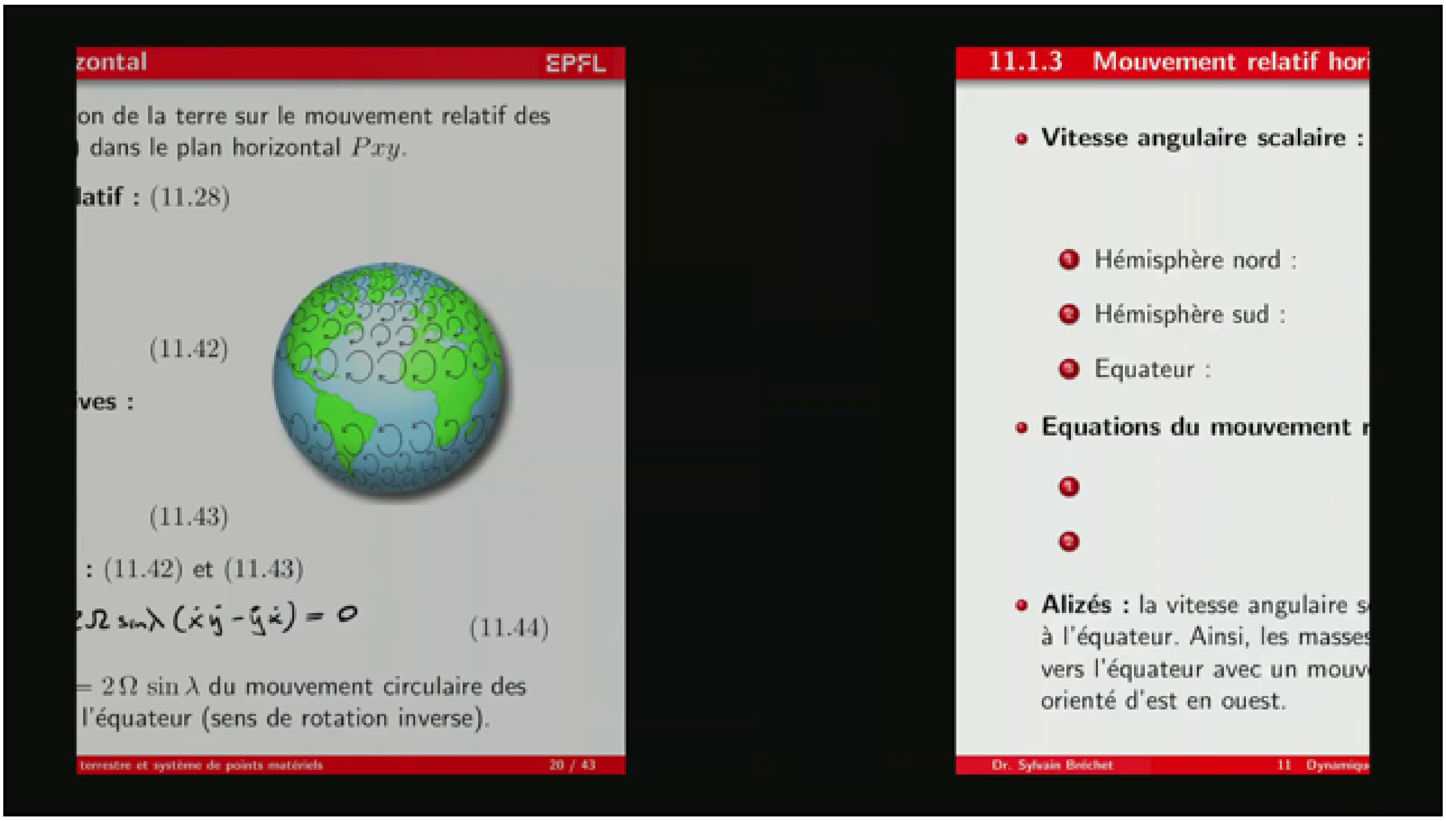


Donc on va repartir des équations du mouvement relatif général qu'on a introduite, et on va regarder ce qui se passe dans un plan horizontal où Z est constant pour des nuages, pour faire de la météo. On prend des masses d'air, des nuages, qui se déplacent donc à altitude constante, et on veut regarder comment la rotation de la Terre va influencer la dynamique des nuages. Ok ? On va reprendre nos équations du mouvement selon le méridien terrestre et selon le parallèle. Alors pour le méridien avec Z égale constante, Z.égale 0, on se retrouve dans l'approximation qu'on vient de choisir avec X.pn, qui est égal, à 2ωsin lambda y. Et d'autre point, on a aussi Y.pn, qui est égal, à moins 2ωsin lambda y. Regardez ces deux équations, ça doit vous rappeler quelque chose. Vous vous rappelez la deuxième semaine en exercice. Vous avez un problème avec un produit vectoriel, et vous aviez trouvé un mouvement circulaire. Pour le mouvement circulaire, vous aviez vu que la dérivée seconde de X était liée à la dérivée première de Y, et que la dérivée seconde de Y était liée à la dérivée première de X avec les signes opposés. C'est exactement la structure qu'on retrouve ici. On s'attend donc à voir quelque chose qui ressemble à un mouvement circulaire. Alors pour en avoir le coeur net, si on a un mouvement circulaire qui se fait de manière uniforme, avec une vitesse angulaire constante, on sait une chose, c'est que l'accélération est une accélération purement centripète qui est fortement orthogonal à la vitesse. Donc on va calculer le produit vectoriel de la vitesse relative avec l'accélération relative. Donc la vitesse relative, dans ce cas-là, c'est X.xch, plus Y.xch, l'accélération relative, c'est X.xch, plus Y.xch. On calcule le produit vectoriel de nos deux vecteurs, la vitesse relative avec l'accélération relative. Ce qui veut dire qu'on va multiplier les composantes correspondantes des

notes

résumé

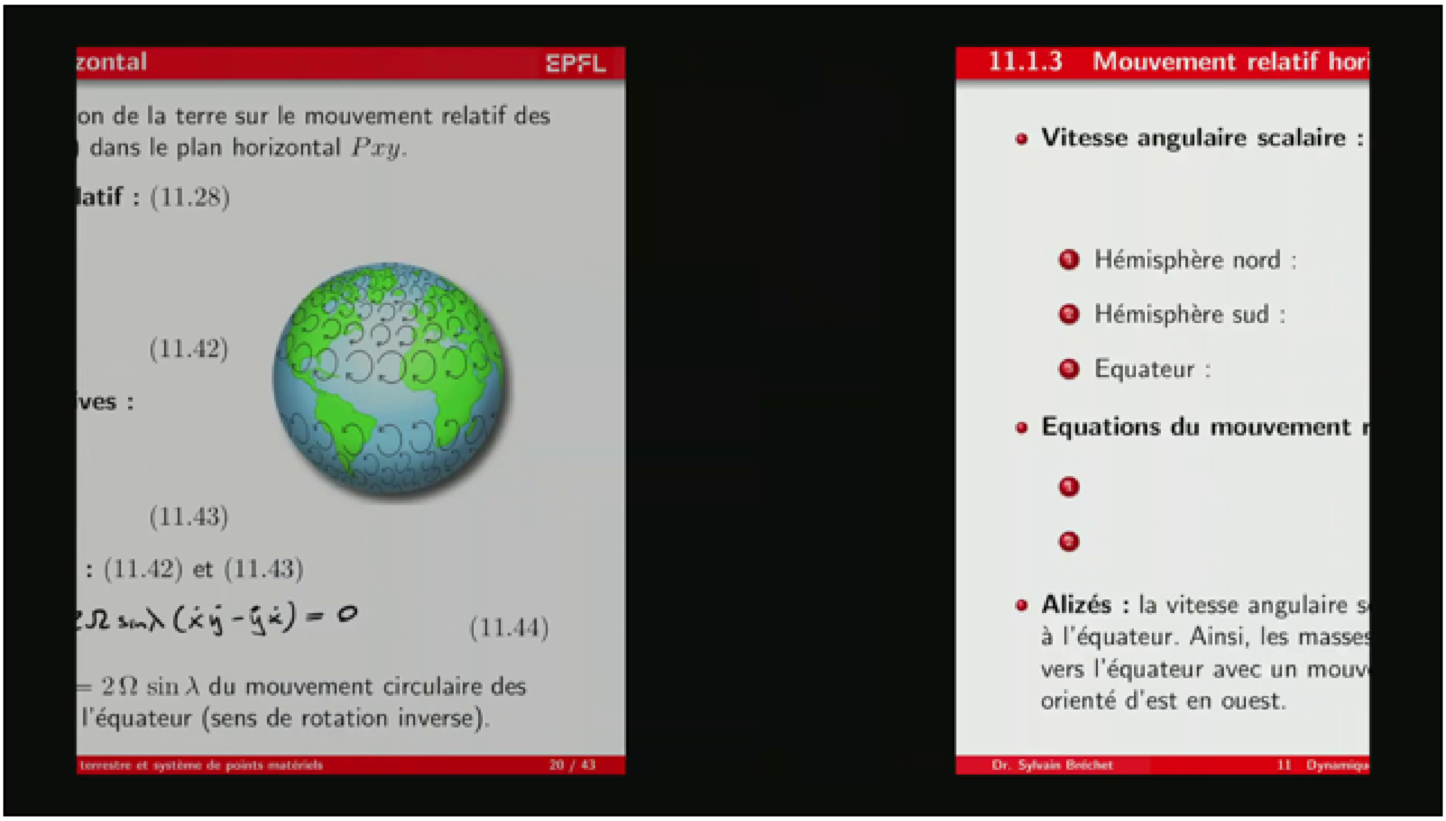
55m 55s



vecteurs entre elles. On aura donc X.xch, et on ajoute Y.xch. On va maintenant se servir des équations du mouvement spécifique qui sont ici pour exprimer X.xch en termes de Y.xch et Y.xch en termes de X.xch. Le facteur de proportionnalité, au signe près, ces deux omégas sinus lambda qu'on va mettre en évidence. On aura donc deux omégas sinus lambda qui multiplient x.y. moins y.y. il est clair pour tout le monde que ceci est nul. Donc les vecteurs sont orthogonal. Donc on a un mouvement relatif où le vecteur vitesse est toujours orthogonal au vecteur accélération. Les deux sont non nuls. C'est forcément un mouvement circulaire uniforme dans un plan horizontal à une altitude constante. D'accord ? Allons encore un petit peu plus loin. Si on prend x.y. on voit que le préfacteur qui est ici a une dimension de vitesse anglaire. Alors effectivement il y a un omégas mais ainsi nous de l'amda qui apparaît. Donc on a une vitesse anglaire qui va dépendre de la latitude. Non seulement ça, mais cette vitesse anglaire dépend du sinus de l'amda. Et si vous passez de l'hémisphère nord vers l'hémisphère sud, le sinus change le signe. À l'équateur, il n'y a plus de rotation du tout. À l'équateur l'amda est nul. Donc on a une rotation dans un sens dans l'hémisphère nord, à une rotation dans le sens opposé dans l'hémisphère sud. Ça n'a absolument rien à voir avec la rotation de l'eau qui s'écoule à travers un siphon de baignoire dans l'hémisphère nord et l'hémisphère sud. Ça c'est du folklore. Mais par contre, là derrière, se cache bel et bien la force de Coriolis. Alors si vous avez un mouvement de rotation qui change de signe au niveau de l'équateur, ça veut dire que vous tendez vers un mouvement qui n'est plus un mouvement de rotation à l'équateur, qui est un mouvement de translation. Comment est-ce qu'on trouve

notes

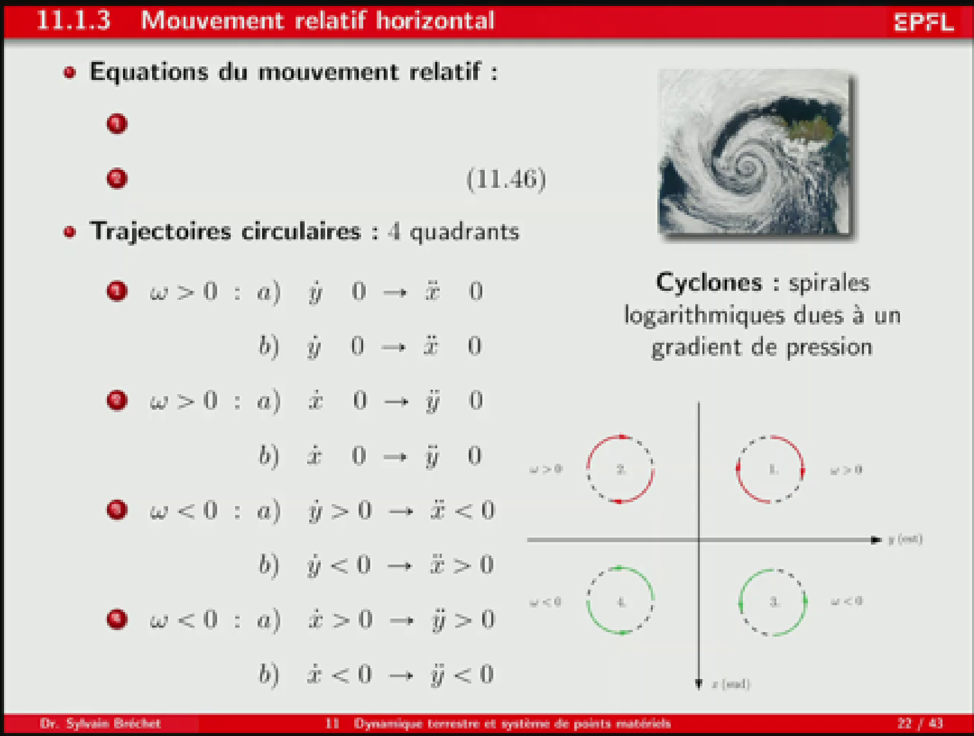
résumé



une translation à l'aide d'une rotation en faisant tendre le rayon de courbure vers l'infini ? Donc si on s'approche de l'équateur, on va voir des mouvements circulaires avec des rayons qui deviennent de plus en plus grands. A l'équateur, le rayon devient fini. Ça ne tourne plus. Et ça, ça va permettre d'expliquer quelque chose dans un instant.

notes

résumé

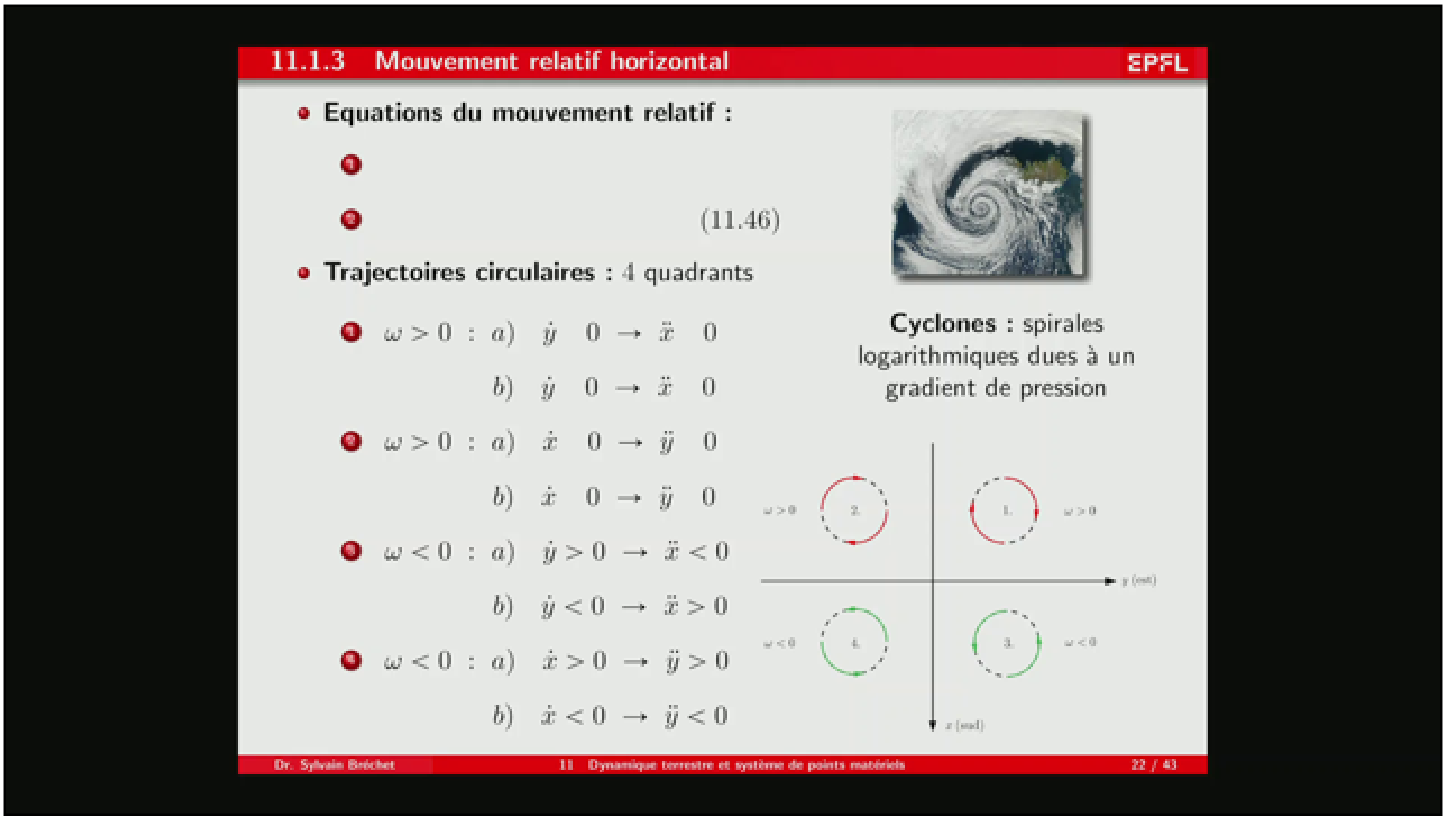


Donc la vitesse angulaire omega de rotation de nos mas d'air, c'est de grande omega, foils sinus de l'amda. Dans l'hémisphère nord, l'amda est positif. On a une rotation qui se fait dans un certain sens. On va démontrer qu'elle se fait dans l'hémisphère nord dans le sens des écutines montres. Dans l'hémisphère sud, l'amda change de signe, le sinus aussi, ce qui veut dire que la vitesse angulaire change de signe par rapport à un axe donné. Donc la rotation se fait en sens opposé. A l'équateur, l'amda égale 0, il n'y a plus de rotation du tout. D'accord ? Pourquoi ? Parce qu'en réalité, la force centrifuge, la force de Coyolice, pardon, est nulle. A l'équateur. Donc maintenant, si on reprend nos équations du mouvement, on a x.point. qui est omega y. et y.point. qui est moins omega x. Et alors, si vous voulez avoir le kernetz sur la structure du mouvement circulaire, vous pouvez par exemple prendre une équation, l'intégrer et la substituer dans l'autre et vous allez voir que vous avez effectivement, selon les deux axes, des mouvements harmoniques oscillatoires qui sont déphasés de 90 degrés, ce qui donne bien un mouvement circulaire. Alors maintenant, si on revient sur le fait que ce mouvement circulaire donnera lieu à des trajectoires de rayons croissants se rapprochant d'équateurs avec un rayon qui tend vers l'infini, eh bien si on a des mas d'air qui se trouvent, disons, dans les régions qui sont voisines des régions tropicales, ces mas d'air vont être déviés vers les régions tropicales et vont être déviés vers l'équateur, l'équateur qui fonctionne comme un attracteur. D'accord ? Vous remarquerez au passage que la Terre tourne d'ouest en est et que cette déviation se fait dans le sens opposé du sens de rotation de la Terre. D'accord ? Alors si les mas d'air chargés en humidité, chargés en nuage, vont alors se déplacer vers les régions

notes

résumé

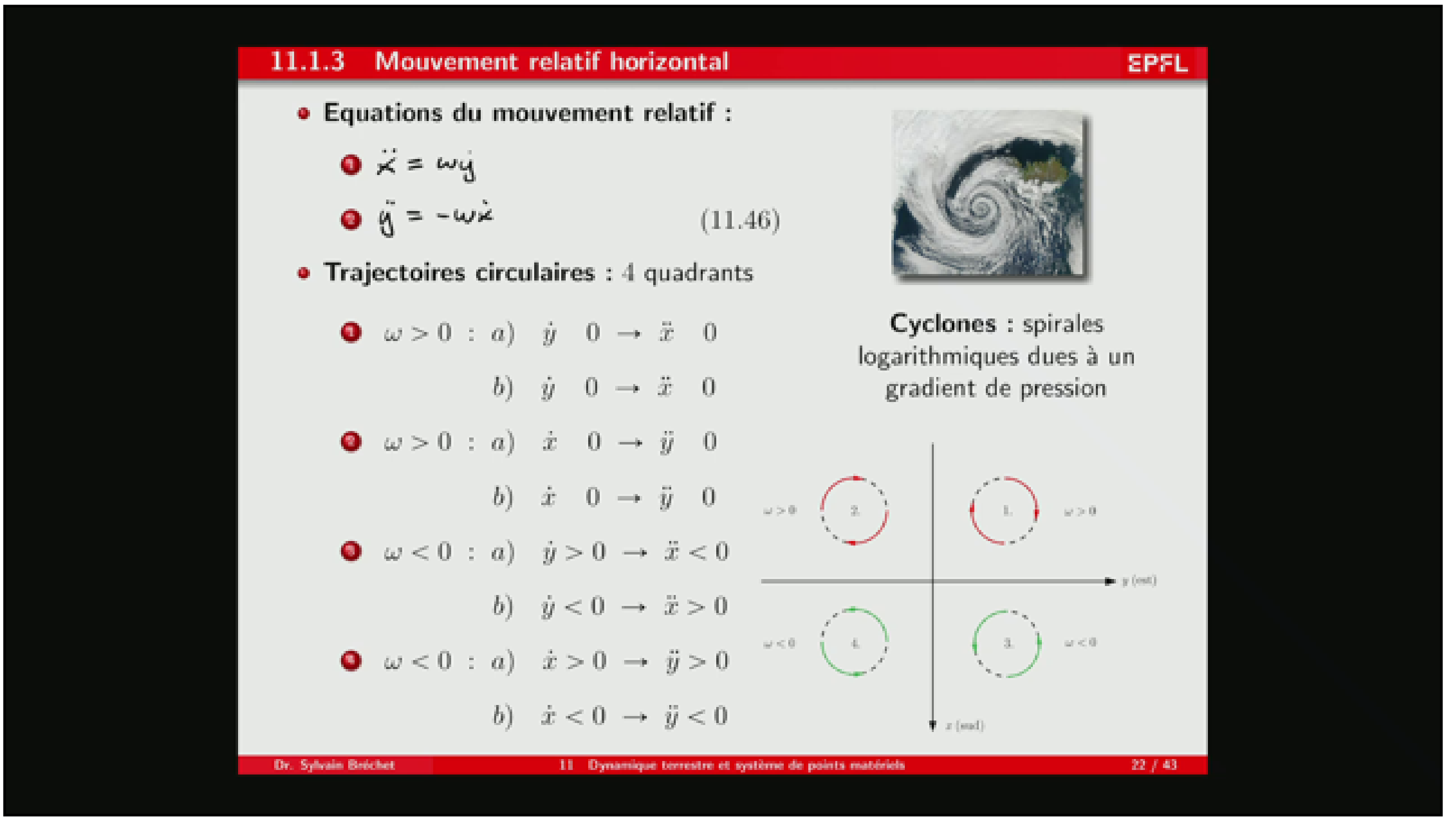
60m 45s



tropicales et donc c'est là qu'elles vont s'accumuler, c'est là qu'il y aura des orages, c'est là qu'il y aura des précipitations, c'est pour ça que les zones tropicales sont luxuriantes, il y a beaucoup de végétation et que c'est dans les zones qui sont limitées en dessus et en dessous qu'on retrouve en général des déserts. Si vous regardez des visions, des photos qui ont été prises d'espace du globe terrestre, vous voyez clairement les zones tropicales qui sont plus vertes que les zones qui sont en dessus, puisque ces déviations des mas d'air ont provoqué une des précipitations plus importantes au niveau des zones tropicales. Donc ces mas d'air qui se déplacent vénèrent des vents, ces vents qui apparaissent au niveau d'équateur et qui parcourent l'équateur d'est en oeste sont lesalisés. D'accord ? Donc voilà des éléments de météo qui sortent de notre description. D'accord ?

notes

résumé

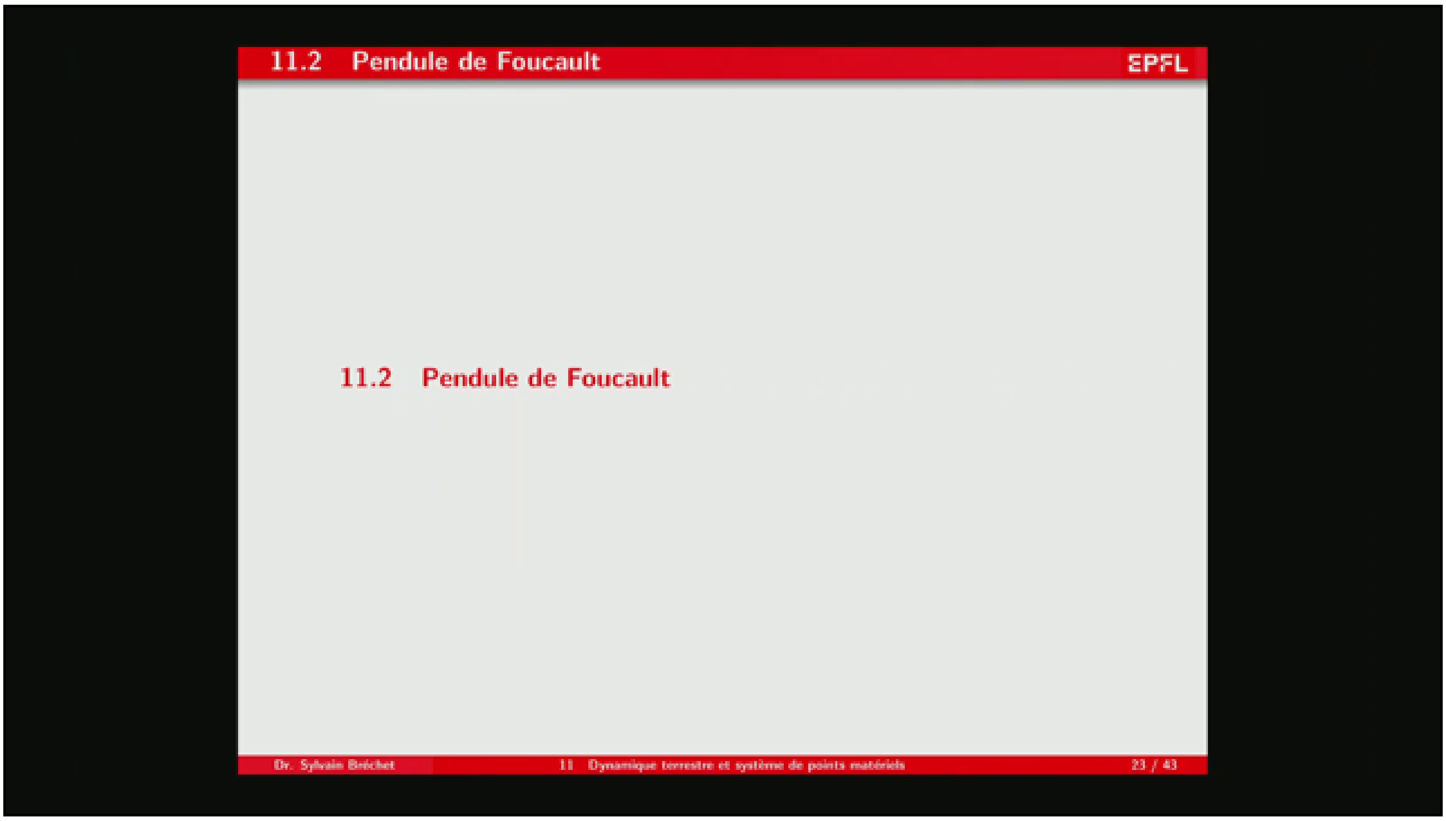


Revenons sur les équations du mouvement relatif donc x.point qui est omega y. point et y.point qui est moins omega x. point. Il y a une chose qu'on n'a pas démontré, c'est le sens de rotation et c'est ce qu'on va faire maintenant. Alors on va le faire dans l'hémisphère nord, dans l'hémisphère sud il suffira de remplacer lambda par moins lambda. D'accord ? Et donc tout va tourner en sens opposé. Ok ? Une fois qu'on a compris ce qui se passe dans l'hémisphère nord, on a automatiquement compris ce qui se passe dans l'hémisphère sud.

notes

résumé

63m 29s

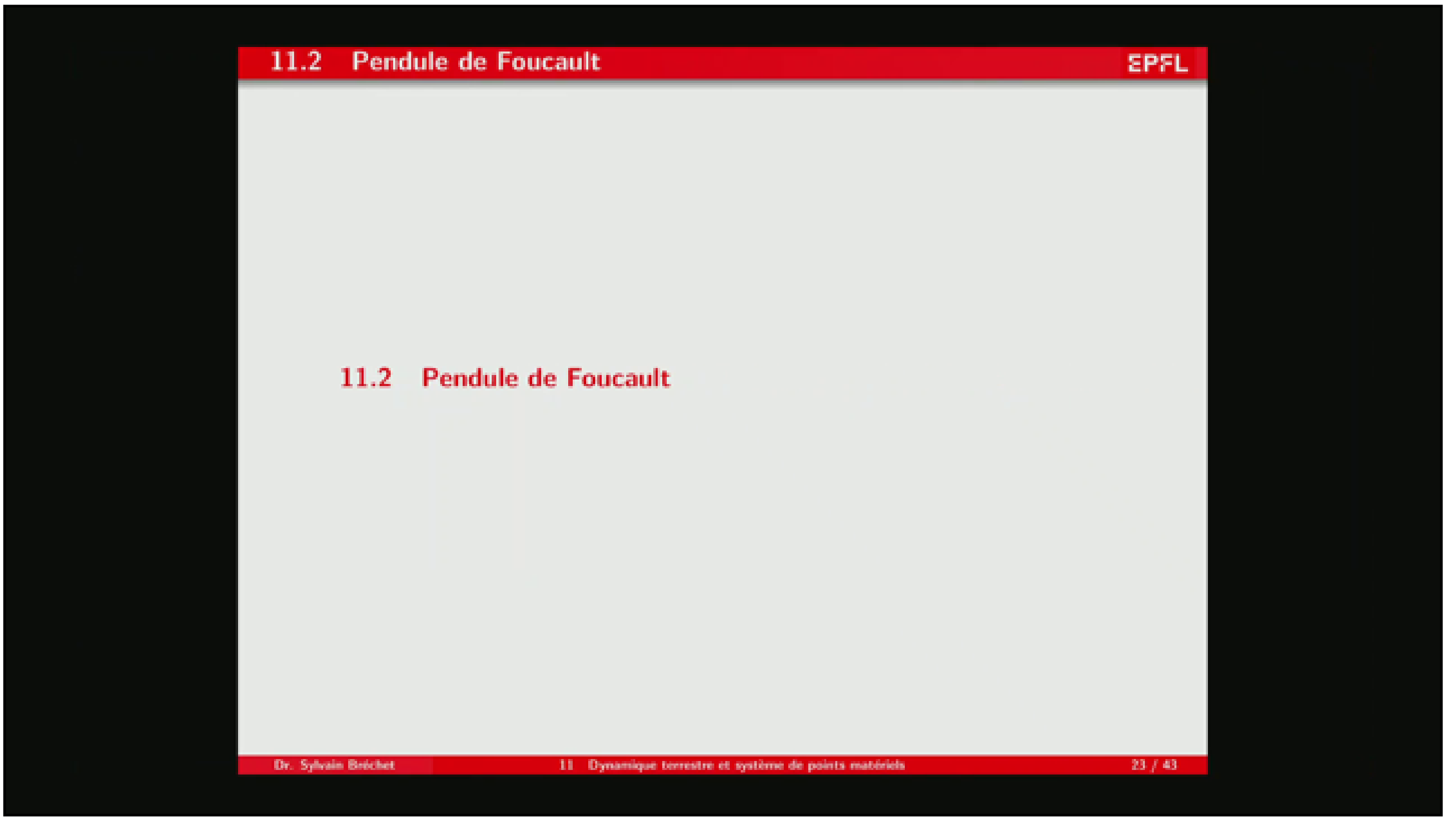


Alors imaginons qu'on a un petit nuage qui se déplace initialement disons vers si on prend y qui se déplace vers l'est. Y. point et positif donc on a un vecteur vitesse orienté vers l'est. Ok si y. point et positif on prend l'équation du mouvement qui est ici, omega est positif parce que lambda est positif dans l'hémisphère nord. D'accord ? Donc x.point sera positif. Ce qui veut dire qu'on va avoir une accélération qui est orientée comment ? Vers le sud. Donc on a une masse d'air qui se déplace vers l'est qui va subir une déviation, une accélération vers le sud. D'accord ? Bon alors dans le cas contraire où la masse d'air se déplace vers l'ouest, eh bien l'accélération si y. et négatif x. point l'est aussi. x est définit positif vers le bas donc si x. point et négatif, c'est à dire qu'il y a une déviation enfin vers le bas vers le sud, elle aura lieu vers le nord. Donc si on a une masse d'air qui se déplace initialement vers l'ouest, elle est donc déviée du à l'accélération vers le nord. Donc on a obtenu ces deux premières parties de notre cible. Prenons maintenant une masse d'air qui se déplace vers le sud donc x. et positif. D'accord ? Comme ceci. Si x. et positif y. point contenu du fait qu'Omega est positif dans l'hémisphère nord, y. point est négatif. D'accord ? Donc il y a une accélération qui aura lieu vers l'ouest. Donc le point matériel se déplace vers le sud, il est dévié vers l'est. Le petit nuage se déplace comme ceci. Si maintenant x. et négatif, c'est à dire que la masse d'air se déplace initialement vers le nord, si x. et négatif, moins Omega x. et positif, y. point est positif, on aura donc une déviation qui va se faire vers l'est. Là voici. Alors maintenant vous prenez ces

notes

résumé

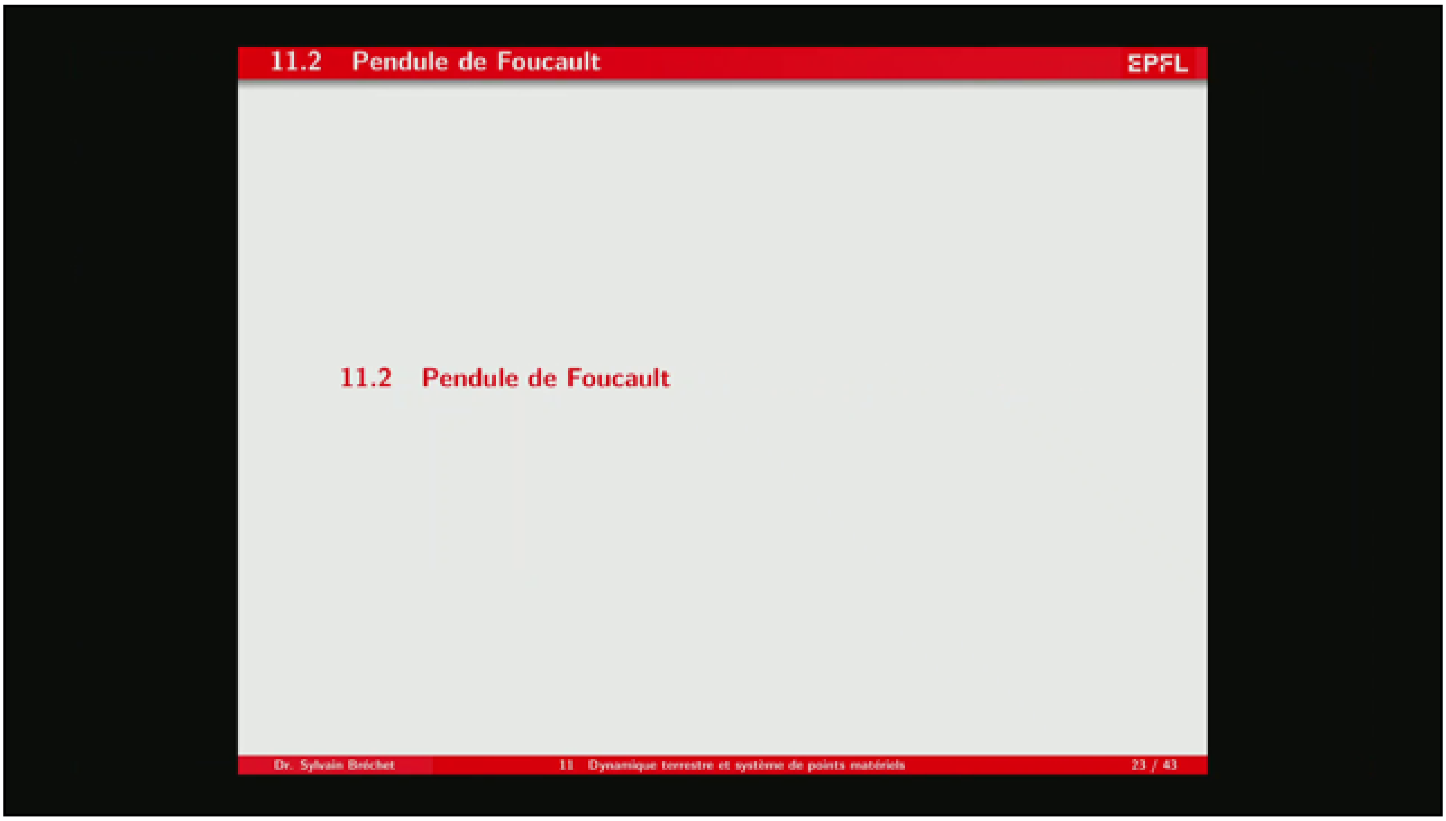
64m 1s



quatre mouvements, vous les combinez et voyez clairement que ça fait un cercle. D'accord ? Donc les masses d'air se déplacent de manière circulaire dans quel sens ? Dans le sens des aiguilles d'île-montre dans l'hémisphère nord. Dans l'hémisphère sud, Lambda est remplacé par moins Lambda. Concrètement c'est Omega dans les équations 1146 qui changent de signe puisque petit Omega c'est grand Omega sinus Lambda. D'accord ? Et donc le mouvement de rotation se fait dans le sens opposé soit dans le sens trigonométrique. D'accord ? Alors maintenant si vous êtes observateur et que vous regardez des animations météo, vous allez dire qu'il y a quelque chose qui manque. Ce qu'on voit dans les animations météo, c'est pas des jolis mouvements circulaires. Non, il y a des spirales qui apparaissent. On les voit quand il y a des oeragans. Un oeragan par exemple qui se crée disons dans le Golfe du Mexique et qui se rapproche des côtes de la Floride ou de celle de la Nouvelle-Orléans. D'accord ? Et bien pourquoi est-ce qu'on a une spirale ? Comment est-ce qu'on peut générer une spirale avec un cercle ? Faut penser au mouvement relatif avec la force centrifuge et la force de Coriolis ? La force de Coriolis permet la rotation. C'est celle qui intervient dans la description qui est ici. Il faudrait qu'en plus on dispose d'une force centrifuge. Quelle peut être cette force ? C'est un gradien de pression. Quand vous avez du mauvais temps, vous avez des dépressions. D'accord ? Et ce gradien de pression va être radial. Vous allez vous retrouver avec une force centrifuge qui en plus de la force de Coriolis va donner lieu non pas simplement à un mouvement circulaire mais à un mouvement spirale avec la partie où la pression est la plus faible qui est ici l'œil du cycle. D'accord ? Donc si vous combinais tous ces informations ensemble, voyez que

notes

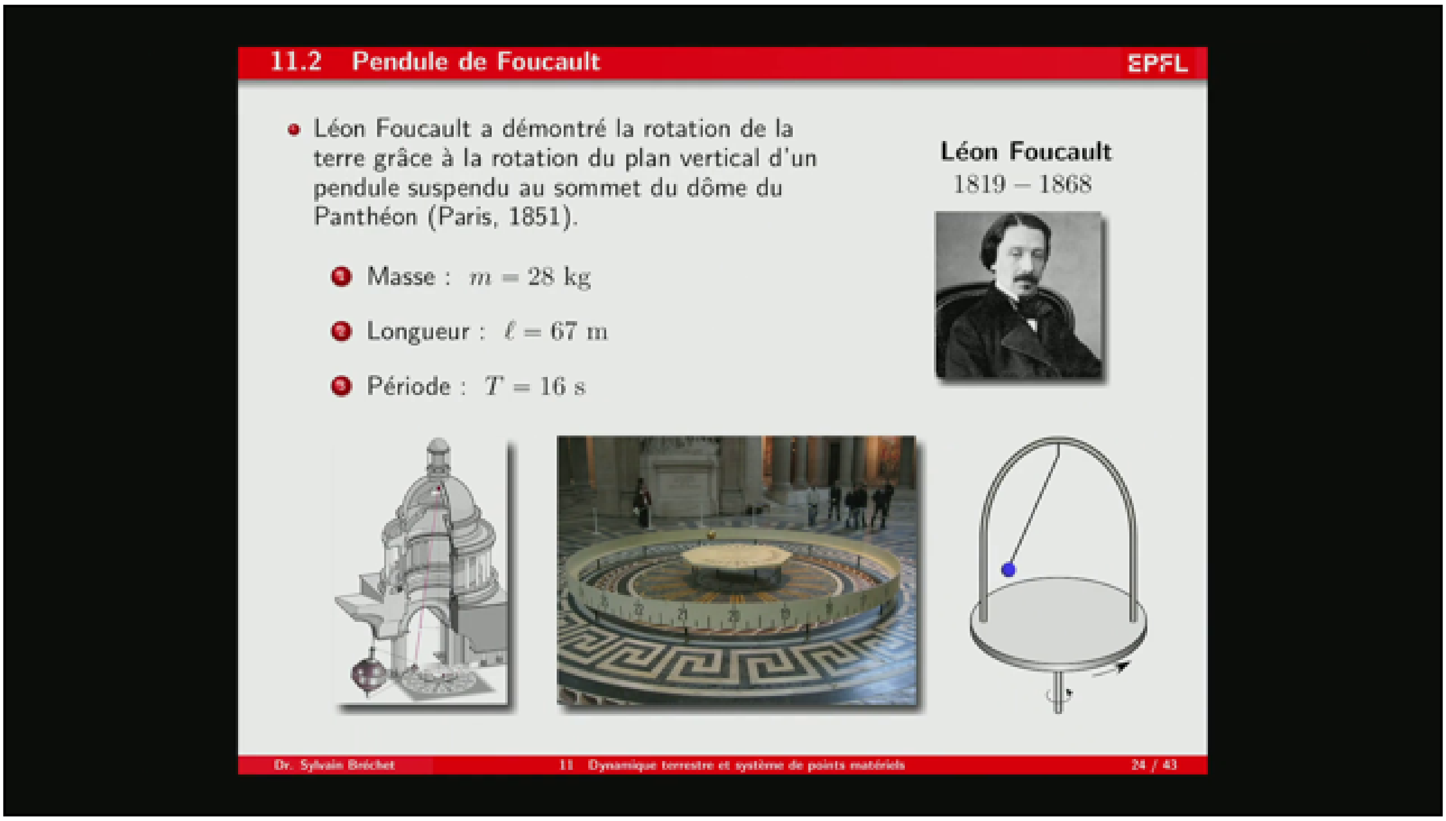
résumé



dans une manière assez rudimentaire, on arrive à comprendre les patterns généraux de la météo. On n'a pas tout compris loin de là puisque la météo est un système chaotique, ce qui veut dire qu'il y a une extrême sensibilité aux conditions initiales. Comment on va le voir avec un exemple cet après-midi ? Pas tirer de la météo mais d'autres choses. D'accord ? Et donc, ça peut être très compliqué de comprendre le fonctionnement de la météo. C'est pour ça qu'il y a des supercalculateurs qui font des calculs en permanence basés sur un très grand nombre de données. D'accord ? Mais l'idée générale, le fonctionnement général, on le comprend avec l'étude du mouvement relatif horizontal.

notes

résumé



Passons maintenant au pendule de Foucault. D'accord ? Regardez l'animation. Voyez qu'il y a une déviation qui s'est faite. Le pendule a été lancé il y a un peu plus qu'une or. La voyez qu'il y a un peu plus qu'une graduation en termes de déviation du plan vertical par rapport à la situation qu'on avait au début du cours. Donc vous avez déjà vu la Terre tourner sous vos yeux. D'accord ? Et c'est exactement ce que Foucault voulait montrer.

notes

résumé

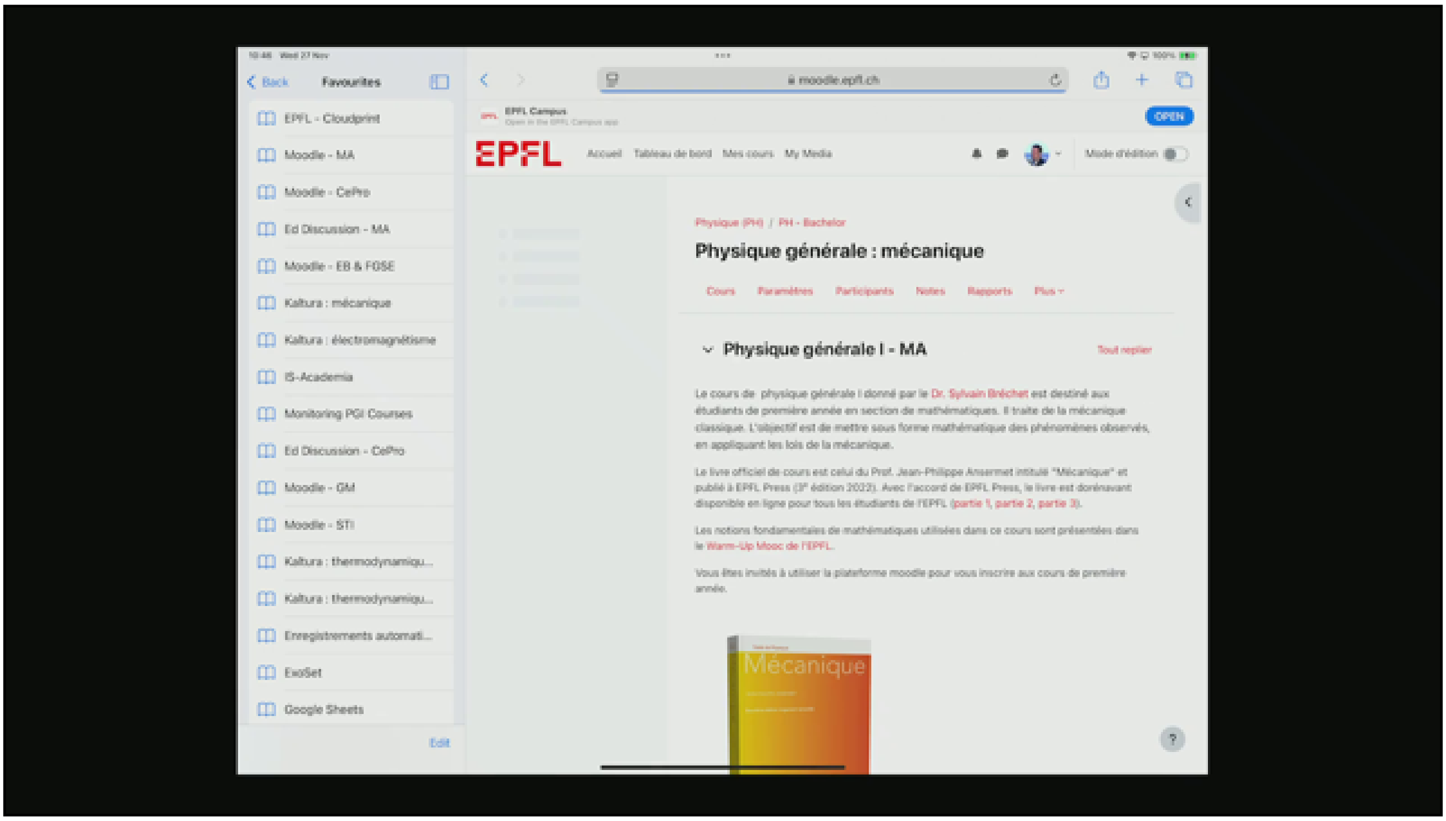
68m 24s

Foucault voulait démontrer à ses concitoyens les plus sceptiques que non seulement la Terre était une sphère, mais qu'en plus elle était en rotation et qu'elle tournait autour de son axe. D'accord ? Il y avait à l'époque des gens sceptiques qui pensaient que la Terre était plate. Il y en a un petit peu moins en France aujourd'hui, mais il y en a toujours encore un certain nombre aux États-Unis qui croient à venir comme faire que la Terre est plate et que toute forme d'évidence scientifique est forcément le fruit d'une conspiration. Il n'en est rien. La Terre est bien une sphère et pourtant, comme aurait pu dire Galilée, elle tourne. D'accord ? Et donc cette rotation de la Terre va provoquer une rotation du plan vertical d'ossiliation en sens opposé. Alors pour le mettre en évidence, oui. Alors c'est une très bonne question. Vous faites bien de la poser maintenant. Je vais justement...

notes

résumé

68m 51s

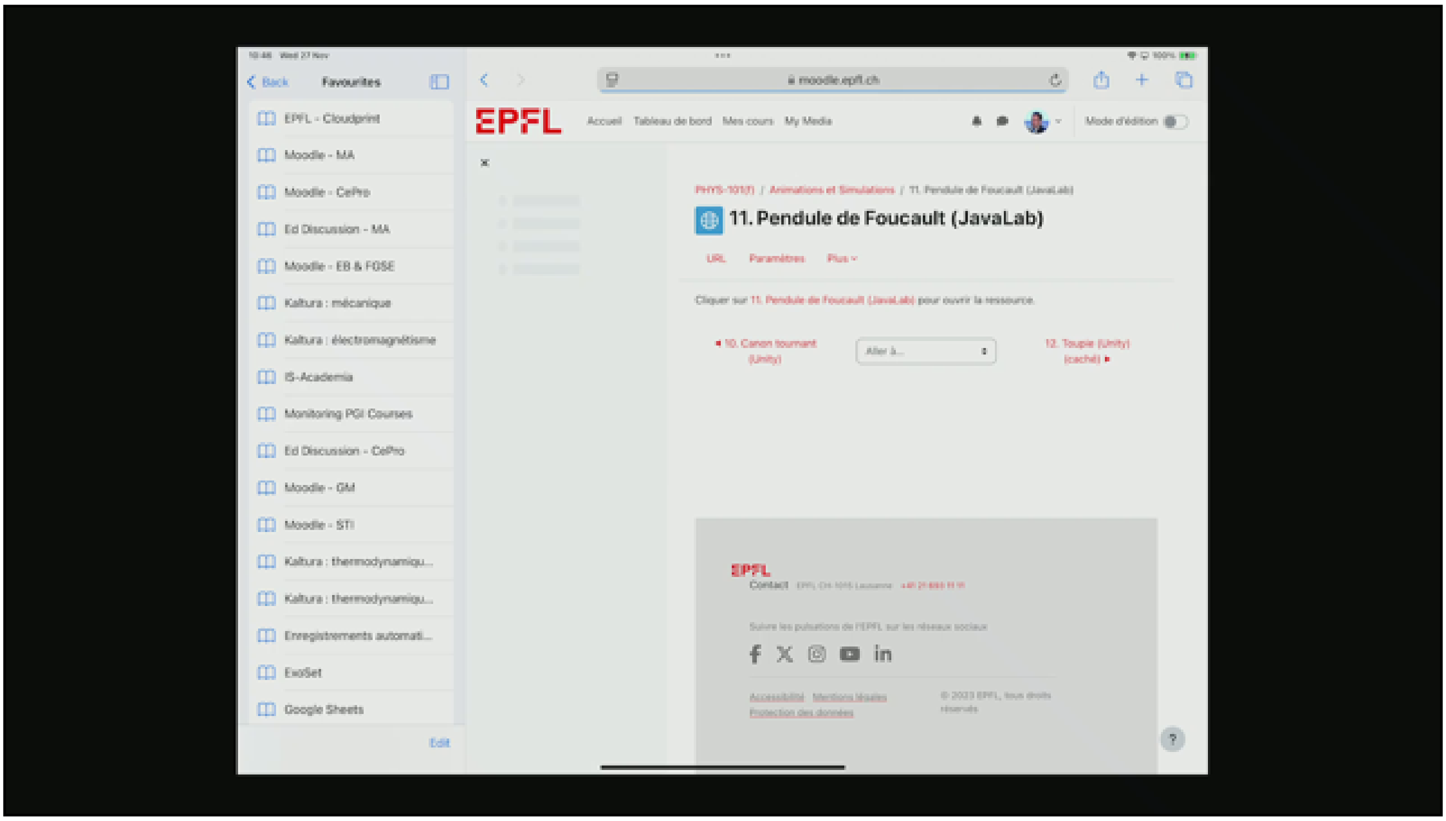


Il faut que je cherche rapidement... Non, ça n'a rien à voir avec ça. Il faut que je cherche rapidement... Attendez-moi. Il faut que je cherche rapidement le lien. Alors. Voilà.

notes

résumé

69m 45s

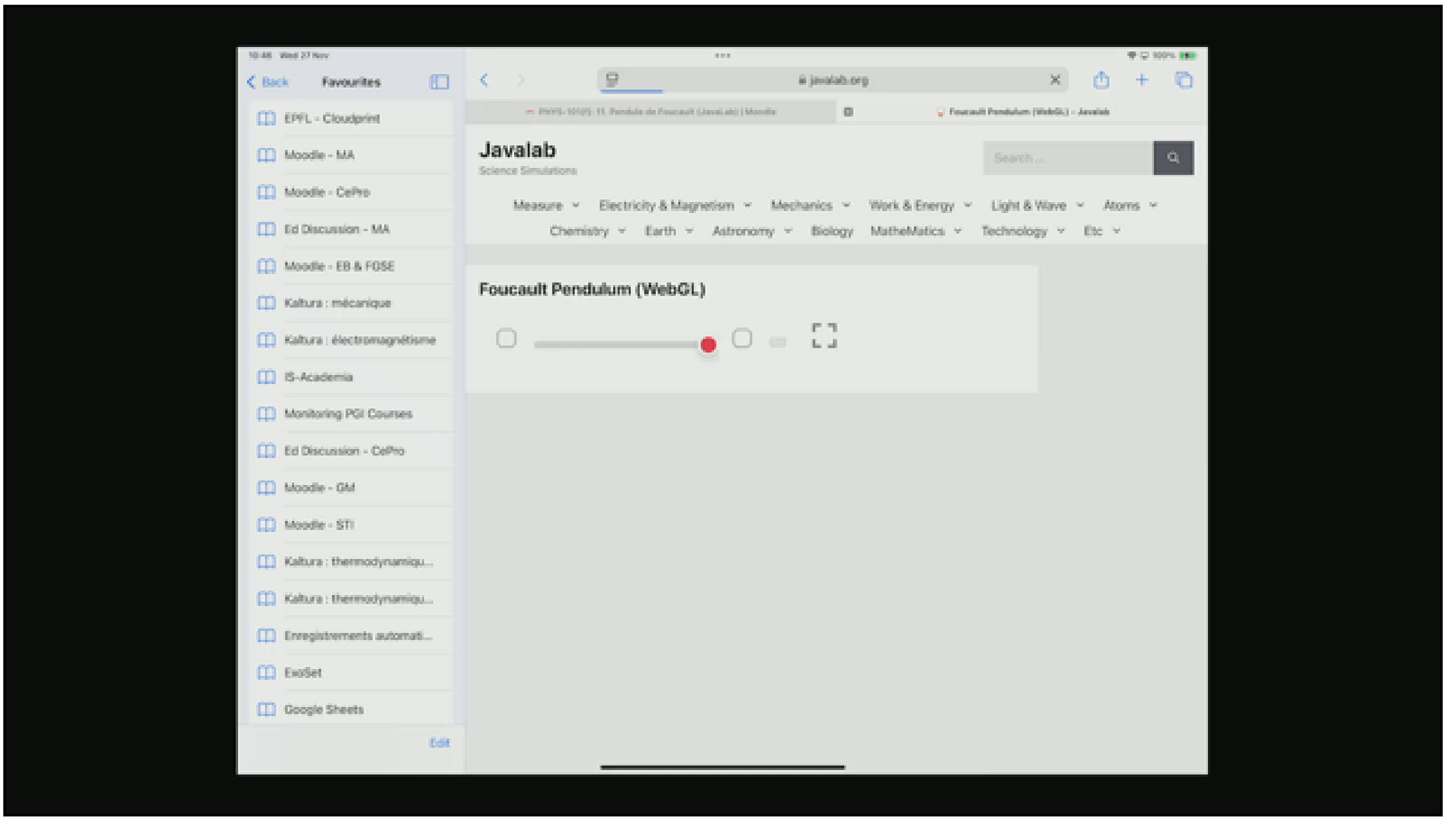


Donc, il y a une animation qui va permettre de répondre en partie à votre question. Attendez-moi. L'animation est ici. Là, voici.

notes

résumé

70m 0s

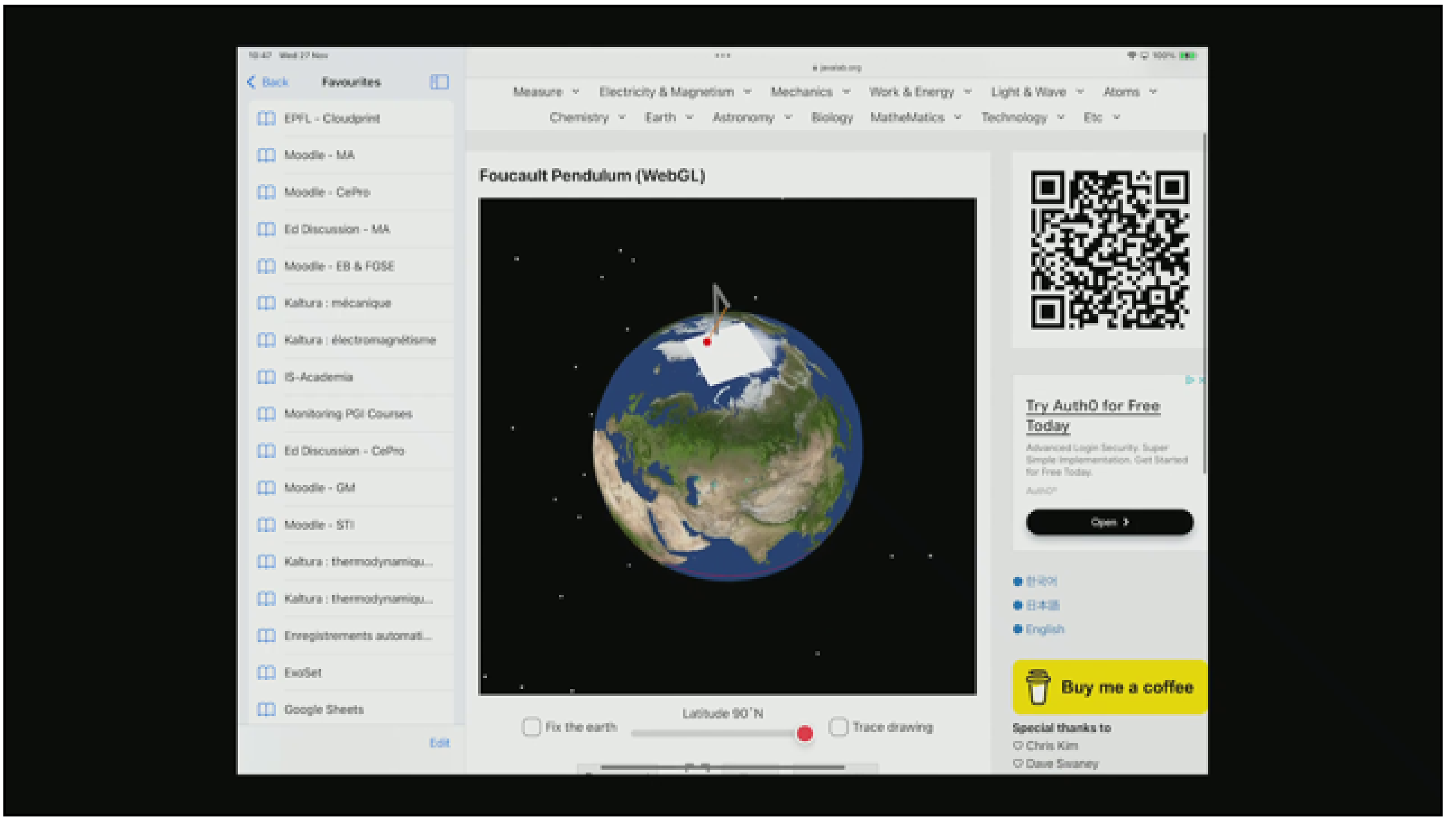


Voilà.

notes

résumé

70m 13s

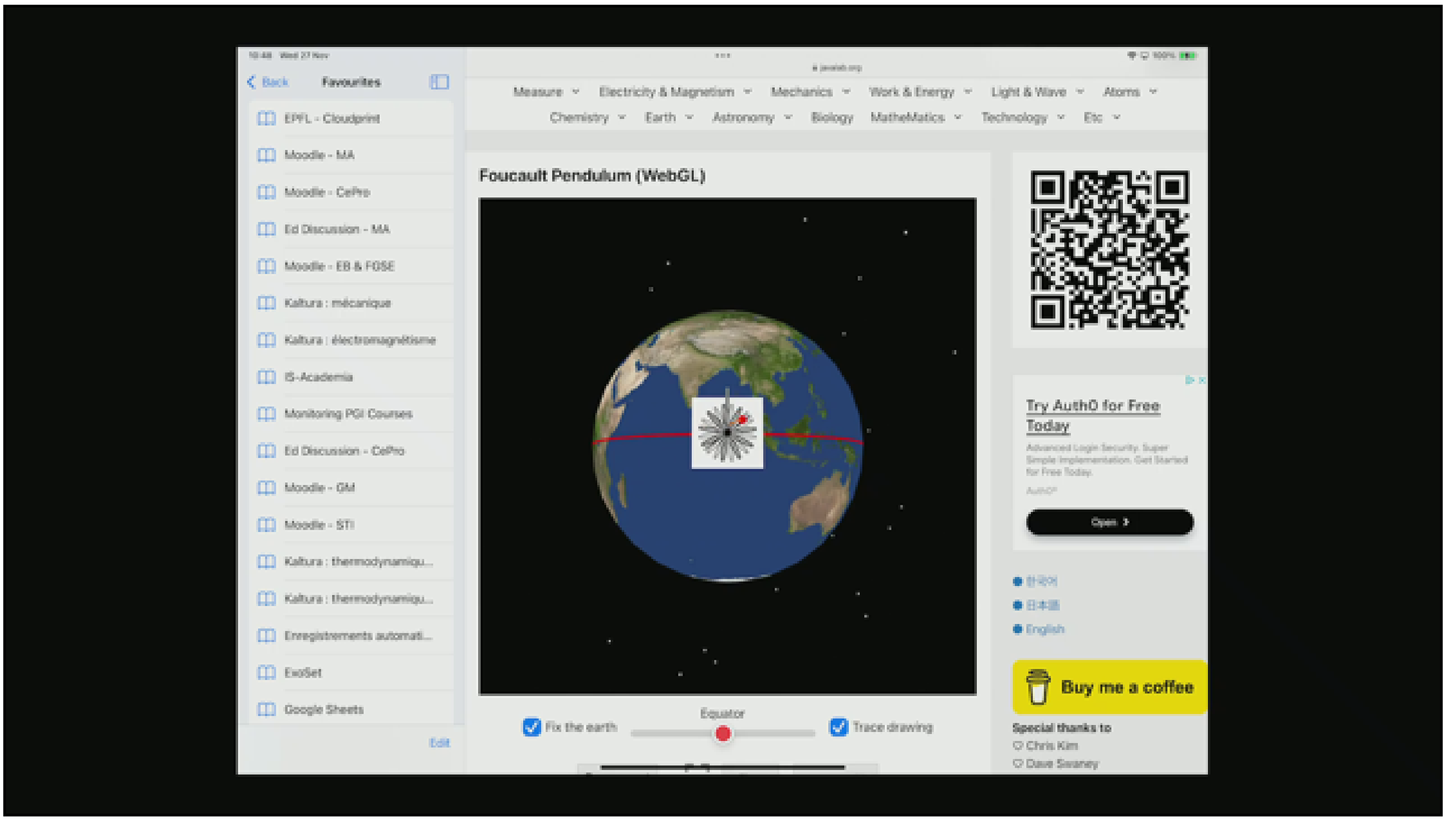


Voilà. Donc là, vous voyez le globe terrestre ? Ok. Et on a placé un pendule de Foucault, justement, au Pôle Nord. Ok.

notes

résumé

70m 17s

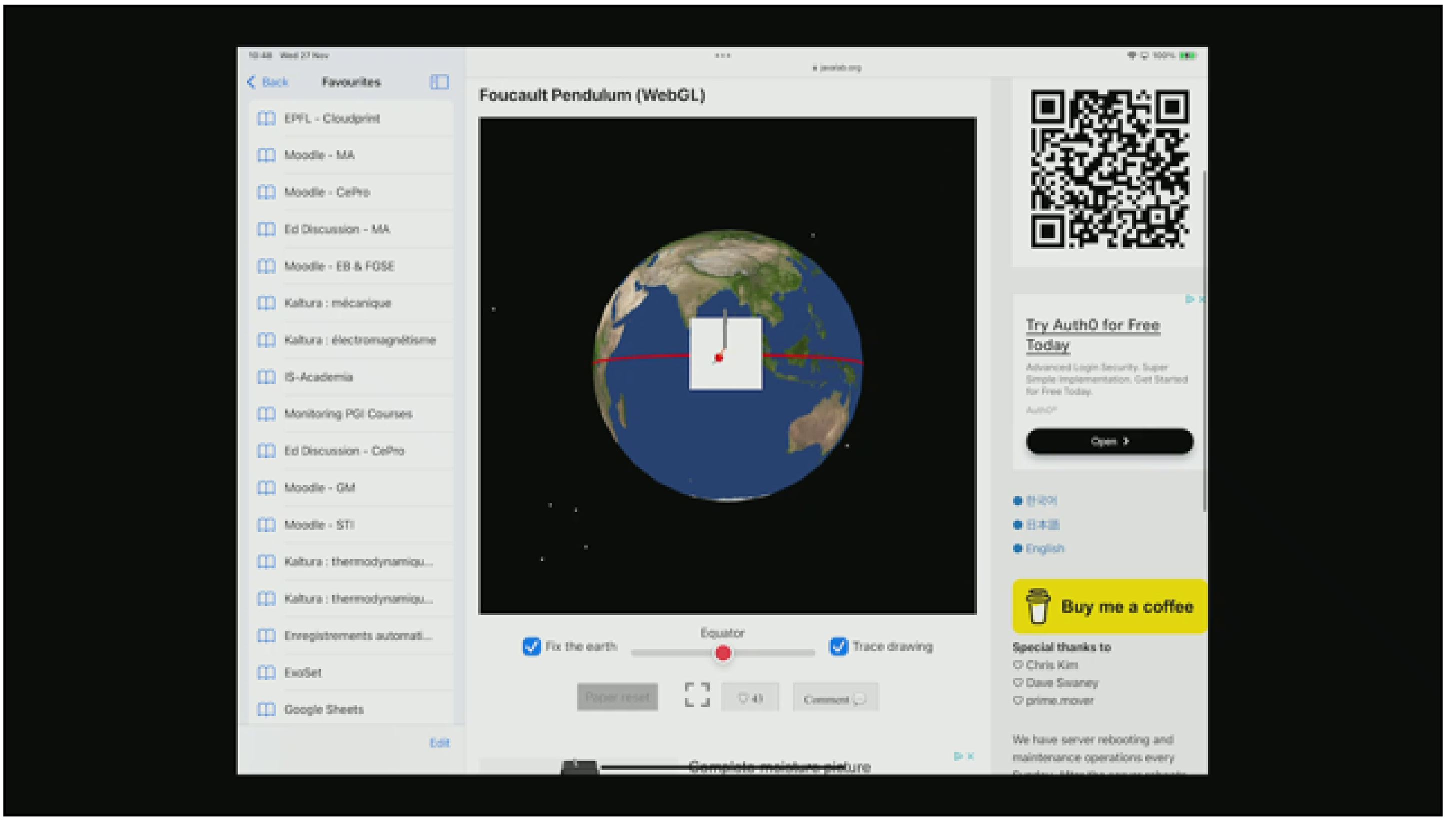


Donc maintenant, on va regarder le tracé du pendule. Et ici, on se place dans le plan du système solaire. Regardez bien le pendule. Il aussi toujours dans la même direction. Donc par rapport au système solaire, le pendule, il ne bouge pas. Mais la Terre, elle tourne. Elle tourne comment ? Elle tourne d'ouest en est. Alors maintenant, si on se place dans le référentiel de la Terre, qu'est-ce qu'on voit ? On voit le pendule tourner en sens opposé dans l'hémisphère nord. Donc la Terre tourne d'ouest en est, le pendule tourne d'est en oeste. Bon. Alors maintenant, on va se placer au Pôle Sud. Il tourne en sens opposé. D'accord ? Alors, il faut répondre à votre question qui était la question à poser. D'accord ? Qu'est-ce qui se passe à l'équateur ? À l'équateur. Hop.

notes

résumé

70m 32s

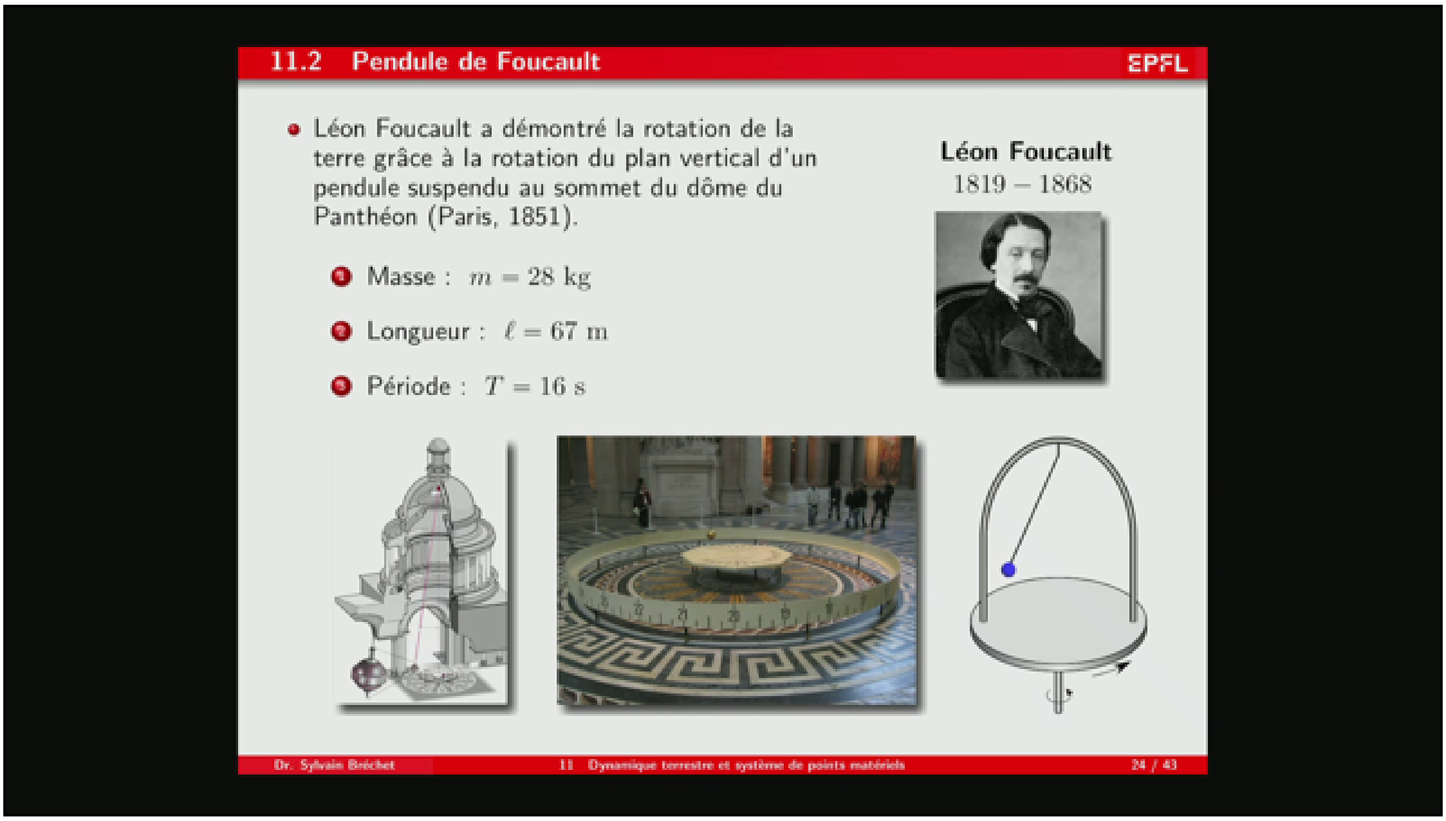


On va enlever la trace. Attendez. Ah non, il faut faire un research, je crois. Prise cette paix-père. C'est ça.

notes

résumé

71m 34s

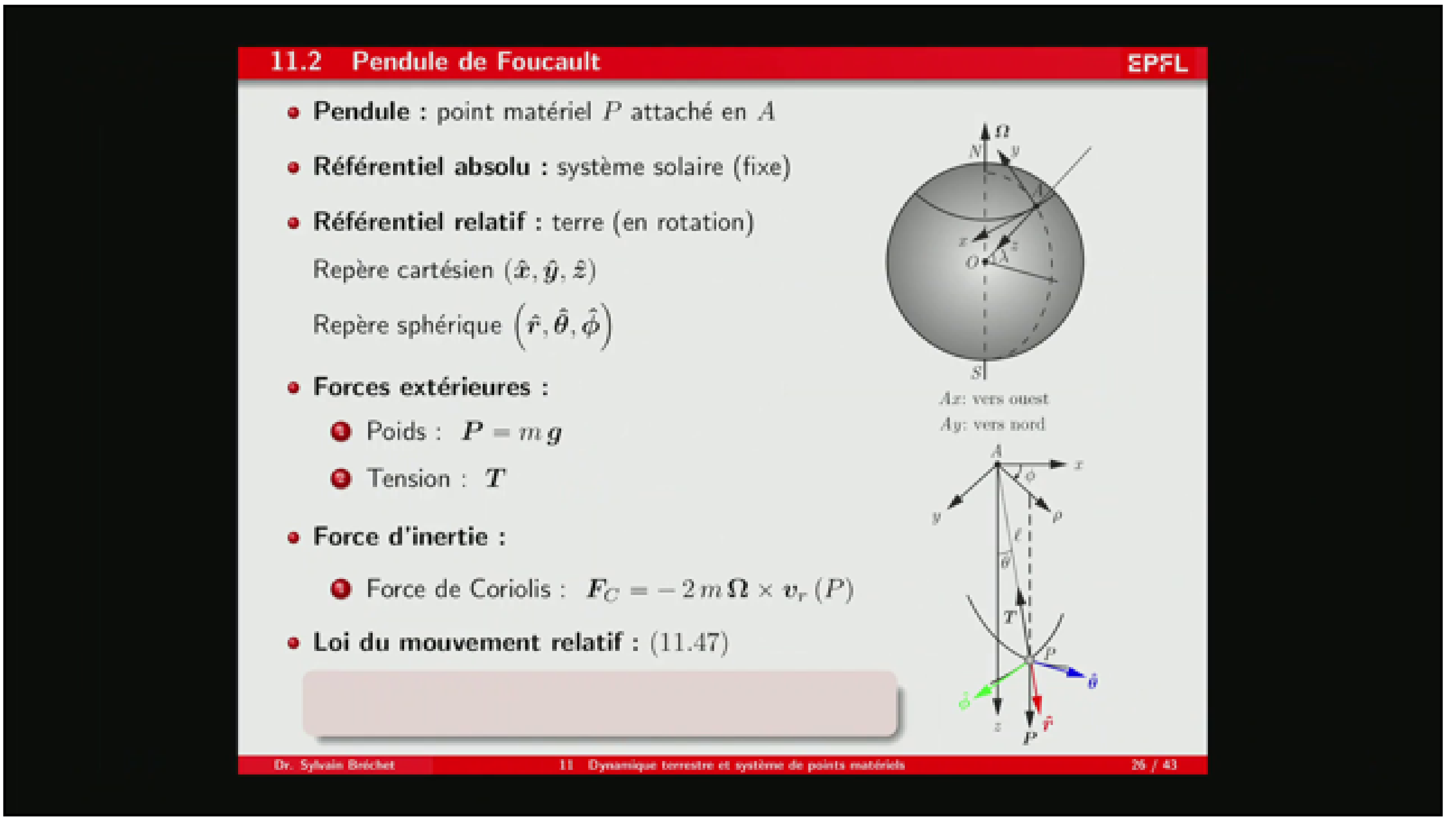


Regardez, à l'équateur, il ne se passe rien du tout. Il n'y a pas de déviation. D'accord ? Donc la période d'ossiation du pendule au Pôle Nord, c'est 24 heures. Au Pôle Sud, c'est 24 heures dans sens opposé. D'accord ? À l'équateur, c'est infinie, ce qu'il n'y a plus de rotation. En fait, ce qui se passe, c'est qu'à l'équateur, la force de Coriolis qui est responsable de cette rotation est nulle, parce que le vecteur vitesse relatif va en fait être colliné au vecteur vitesse angulaire de rotation de la Terre, si on en se correctement. D'accord ? Donc c'est ça qu'on aimerait maintenant montrer. Ok ? Donc revenons sur le cours. Voilà.

notes

résumé

71m 39s

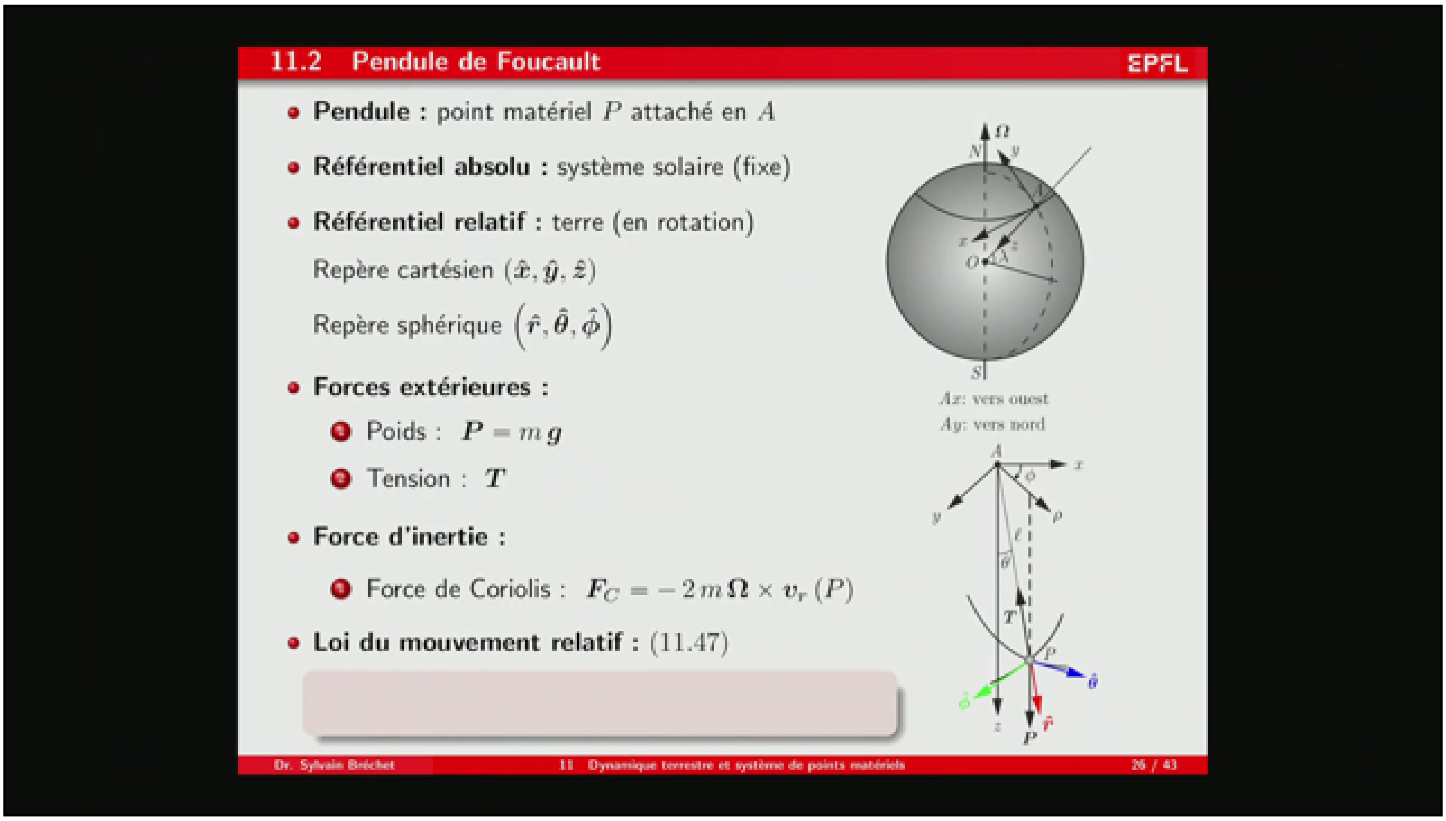


Donc, il café Foucault. Foucault, il a imaginé un pendule pour lequel les frottements étaient réduits à leur minimum, qui était très stable, avec une période d'ossiation longue. Pour que la période soit longue, il faut que la longueur du pendule soit maximale. Donc il l'a suspendu au sommet du Dôme du Panthéon, qui était un des plus grands bâtiments à l'époque. D'accord ? Et donc il a pris un pendule qui fait quand même 67 mètres de long. Ok ? Alors si vous pensez à la période d'un pendule dans la limite des petits angles qui vous donnent une valeur de 2 pifs fois la racine de la longueur sur G, vous prenez 67, vous divisez par 981, vous prenez la racine carré, vous multipliez par 2 pifs et vous allez trouver une période qui avoisine les 16 secondes. C'est très lent. Donc il y a très peu de frottements. D'accord ? C'est très stable. Il l'a stabilisé avec une masse importante de 28 kilos. Et ce pendule de Foucault, il est lancé tous les matins au Panthéon, d'après la même graduation. Il est connaissant la déviation comme c'est le cas ici. À Paris, elle est légèrement différente de sa valeur à Lausanne. La différence n'est pas énorme, mais une petite différence parce qu'on est un peu plus au Nord. D'accord ? Connaissant la déviation au parheur, on peut donc préparer la graduation. Et si vous venez au Panthéon, vous pouvez lire l'heure en allant regarder le pendule. D'accord ? Voyez, les graduations qui apparaissent ici, voyez un 17, un 18, un 19, un 20, un 21, etc. Donc à chaque heure de la journée, même de la soirée, vous venez et vous pouvez directement lire l'heure grâce au pendule de Foucault qui a été préparé à cet effet. Donc, juste pour s'amuser un peu, même si c'est pas essentiel, on le voit mieux sur l'application, en réalité. D'accord

notes

résumé

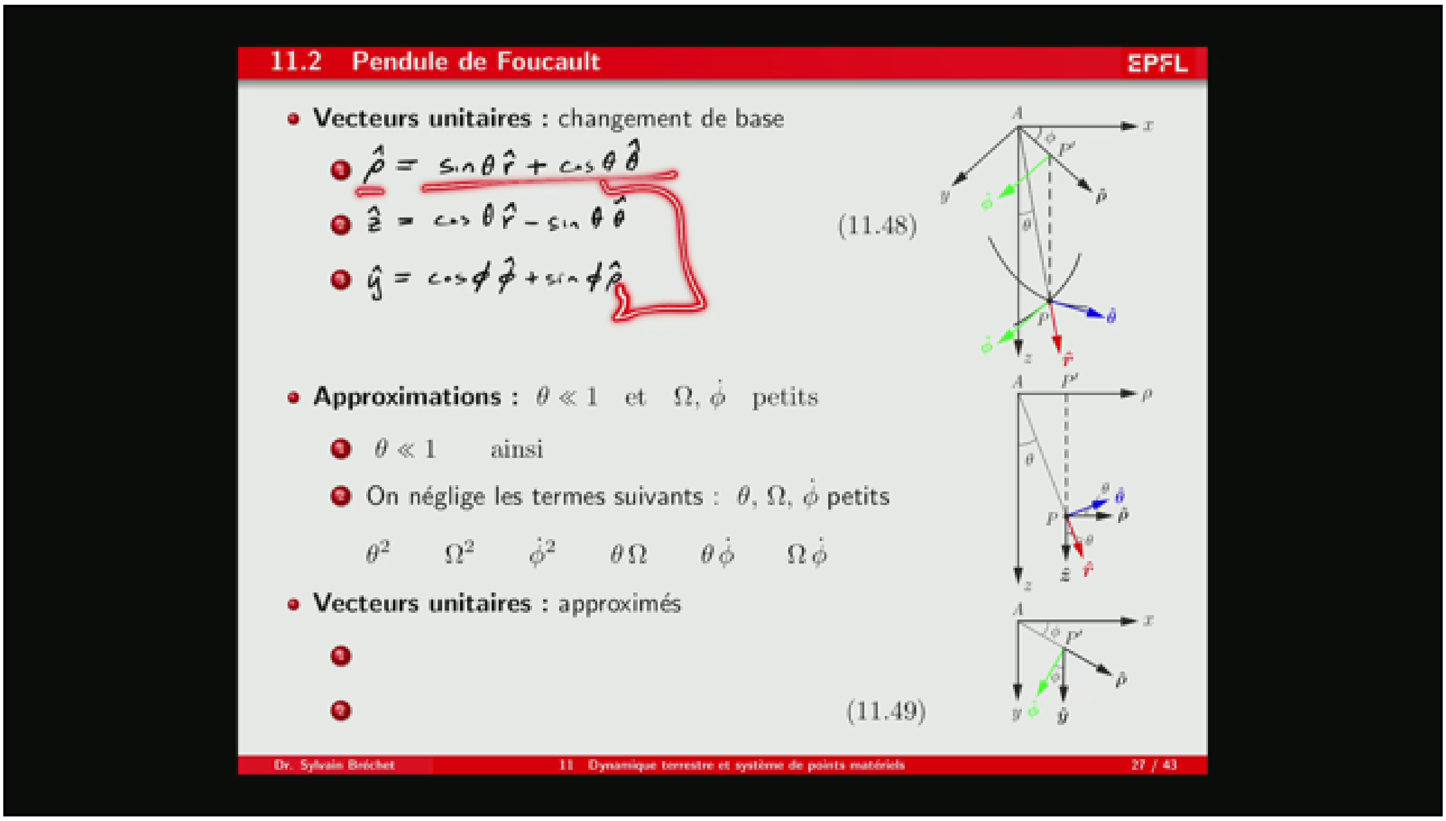
72m 17s



? Si on est au Pôle Nord maintenant, la Terre, elle tourne comment ? Elle tourne d'ouest en est, comme ceci. Donc si je lance le pendule, le pendule, il a une orientation, un plan vertical de sociation qui est fixe par rapport au système solaire qui est à la table. Voyez que l'étudiant Asidu qui est en train de regarder le livre de mécanique assis à sa table, lui ici, il se trouve au Pôle Nord avec sa chaise et sa table, va donc voir le pendule tourner en sens opposé avec une vitesse angulaire qui est donc égale et opposée. D'accord ? Elle est égale en orme. Alors si l'étudiant se trouvait au Pôle Sud, il faut prendre la table et la retourner complètement. D'accord ? D'ici moment là, la rotation se fait en sens opposé. Ok ? Et donc forcément, quand on passe par l'équateur, il ne peut plus y avoir de rotation. Et c'est ce qu'on va montrer en allède d'équation. Donc maintenant qu'on a compris le phénomène, on va le modéliser. Donc...

notes

résumé

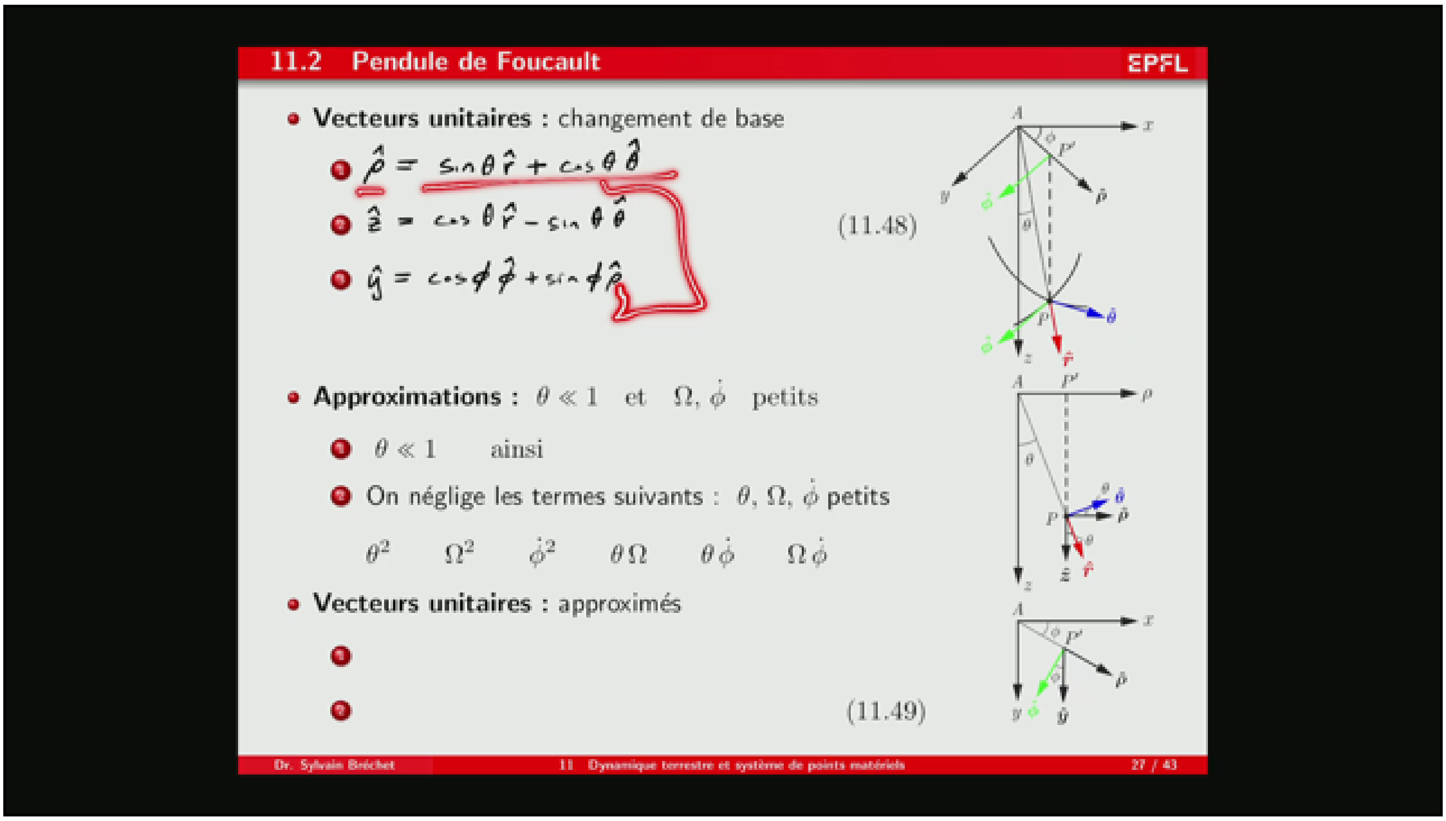


Pour le pendule, on va prendre un point matériel P attaché à un fil, qui est lui-même fixé au sommet du dome du Panthéon en 1.A. Ce point A sera l'origine du repère cartésien lié ou référentiel relatif de la Terre en rotation. D'accord ? Donc le système d'axe est directement lié au référentiel relatif. On a, pour des raisons techniques, on va prendre un axe des axes orientés maintenant le long du parallèle terrestre vers l'ouest, un axe des Y orienté vers le nord, et l'axe vertical, lui, va être orienté vers le bas. Puisque le pendule, comme ça, c'est plus simple. Pour faire une description, on coordonne les sphériques ensuite. Donc on a un repère cartésien fixe par rapport au référentiel relatif de la Terre. On prend un autre repère, qui est un repère sphérique, qu'on attache au pendule lui-même. D'accord ? On a le fil du pendule qui est ici. On va se retrouver avec un fil de la Terre, on va se retrouver avec un vecteur radial unitaire R-chapo le long du fil orienté vers le bas. L'angle theta, on va le repérer par rapport à la position d'équilibre du pendule qui est la verticale ici, donc c'est l'angle theta qui est ici. Il va donc être orienté orthogonalement au fil vers le haut, là c'est en perspective, attention. Et puis, si on prend le produit vectoriel de ces deux vecteurs, on se retrouve avec un vecteur unitaire fi-chapo qui va être orienté dans le sens du mouvement du plan de sciation terrestre, c'est-à-dire dans le sens opposé de la rotation de la Terre, qui elle a lieu d'ouest en est à il est orienté d'est en ouest. D'accord ? Donc le plan vertical de sciation, il est là. On va introduire d'ailleurs un axe horizontal, qui est l'axe A-Rho, qui va se trouver dans le plan vertical de sciation et tourner avec lui. Donc l'angle

notes

résumé

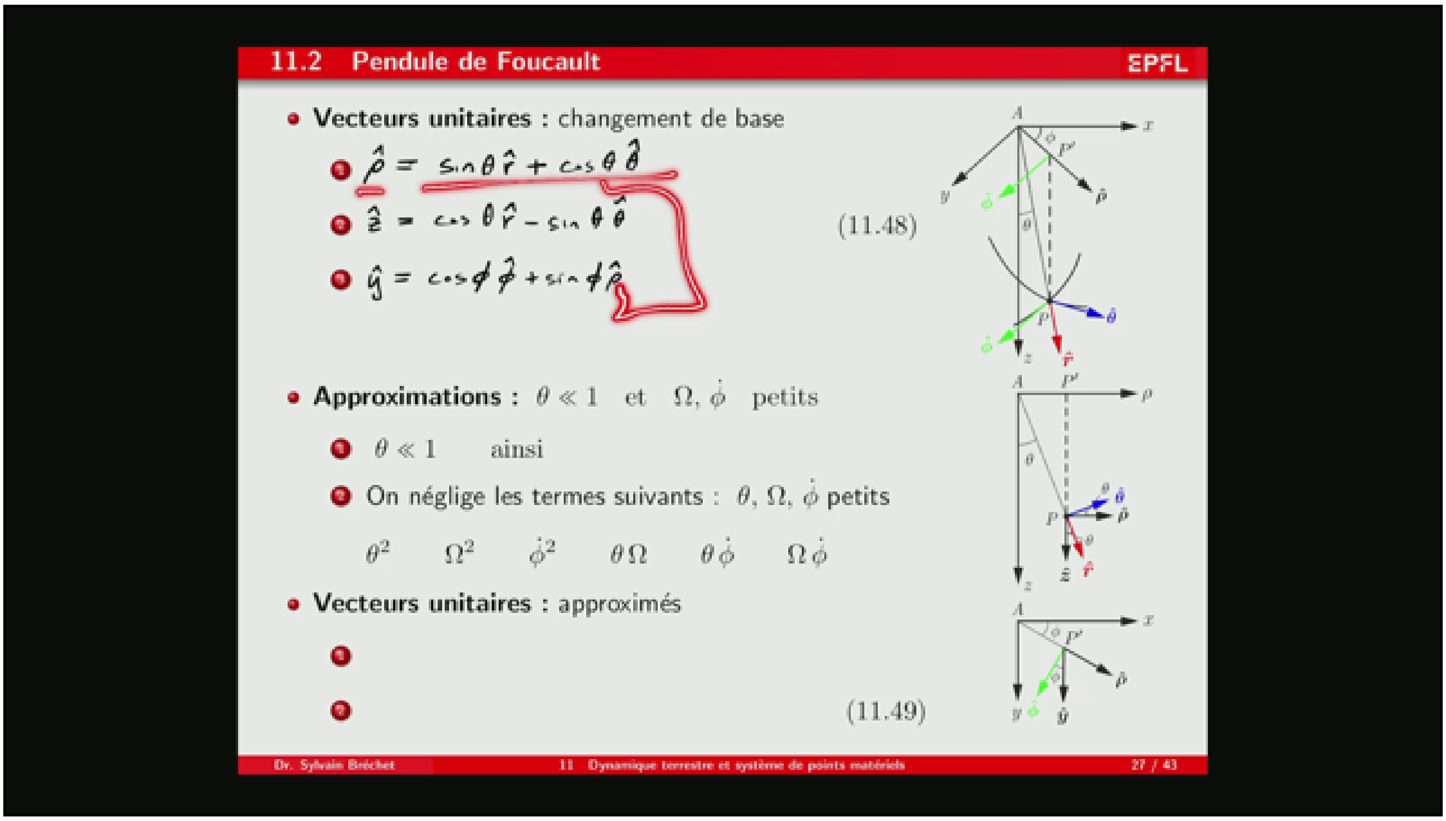
74m 59s



que fait ce plan vertical de sciation avec la droite de départ qui est l'axe A-Y, c'est l'angle fi, on a deux angles, on a un angle fi, on a un angle theta, on a une distance qui correspond à la longueur du pendule, qu'on va prendre évidemment constante. Bon, alors quelles sont les forces extérieures ? Il y a le poids qui est orienté verticalement vers le bas, selon l'axe Z. L'attention qui est le long du fil, il y a aussi la force de Coriolis. Et donc, la somme des forces extérieures, plus la seule force d'inertie qui va intervenir, c'est-à-dire le poids plus l'attention, plus la force de Coriolis vont être égales aux produits de la masse pour l'accélération relative du point P. Ok, alors ce qui va être difficile dans ce problème, c'est les projections et les approximations. D'accord ? La première chose qu'on va faire, c'est qu'on va prendre le point P, qui est ici, on va le projeter verticalement sur le plan horizontal qui passe par le point d'attache du pendule au sommet du Dôme du Panthéon. D'accord ? Et on a le point P prime. Bon. Et puis, on va observer notre pendule dans différents plans. On va prendre le plan vertical radial, qui est ici, dans lequel aussi le plan d'huile. Et on va prendre le plan horizontal au niveau du point d'attache au sommet du Dôme du Panthéon, pour pouvoir faire des projections. Bon. On va introduire le vecteur unitaire horizontal radial, qui n'est pas un vecteur de coordonnée sphérique, mais de coordonnée cylindrique, Rochapo, qui est orienté comme ceci, dans le plan vertical d'ossiation horizontalement vers l'extérieur. Rochapo, on le retrouve aussi dans le plan horizontal au niveau du point d'attache au sommet du Dôme du Panthéon. Donc, c'est un vecteur qui permet de faire le lien entre les deux plans. Bon. Alors, ce vecteur Rochapo, on va d'abord l'exprimer

notes

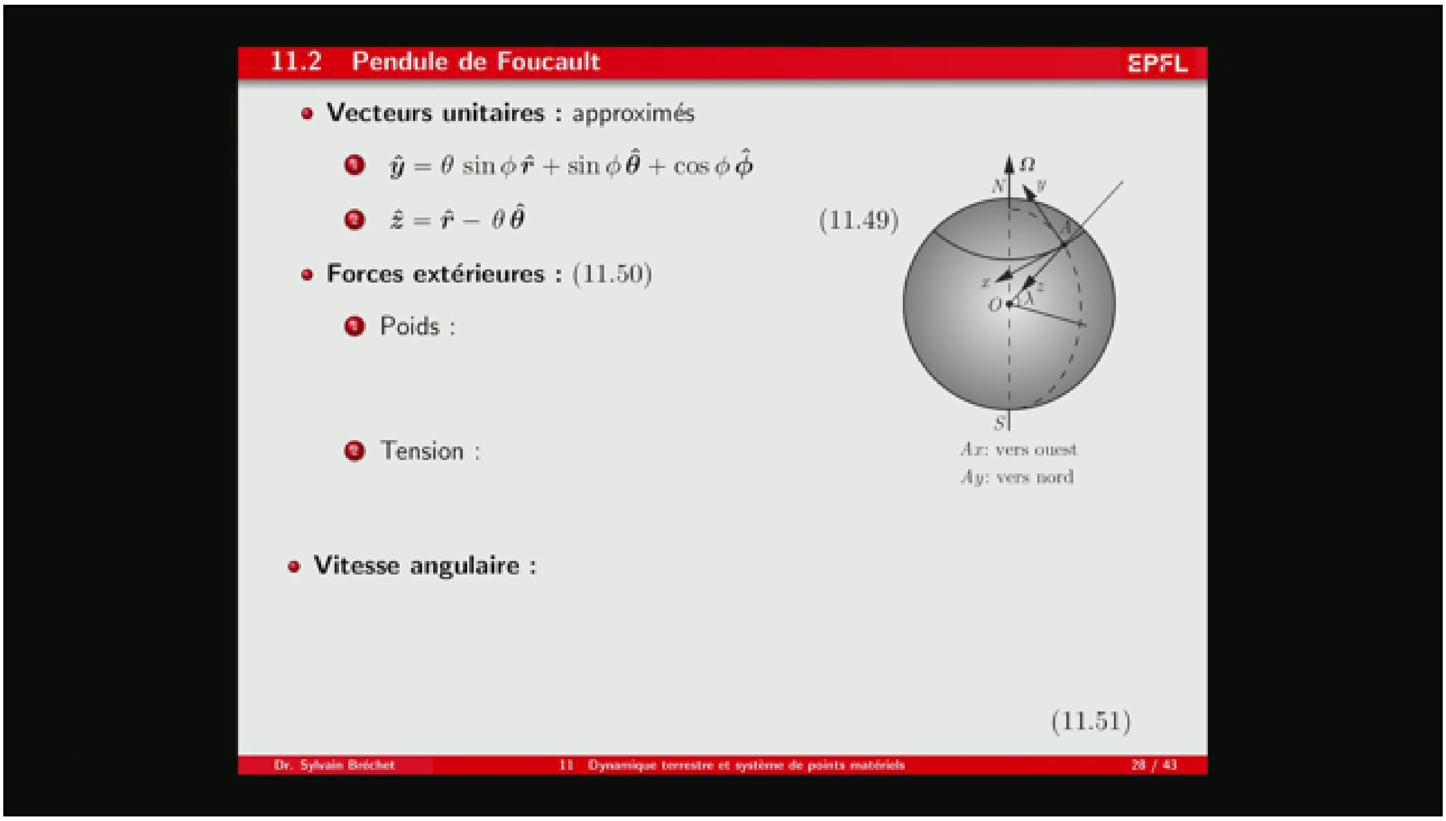
résumé



en coordonnée sphérique, en termes des vecteurs du repère sphérique. On va faire ça en partant du plan vertical d'ossiation qui est ici. Et on fait les projections. Donc, Rochapo peut le projeter selon Rochapo, ça fait intervenir le sinus de theta. Peut le projeter selon Rochapo, ça fait intervenir le cossinus de theta. D'accord ? Maintenant, si on prend le vecteur Zchapo, ce vecteur Zchapo, on peut lui aussi l'exprimer en termes de Rchapo et de theta-chapo. On va se retrouver avec le cossinus de theta fois Rchapo, moins le sinus de theta fois theta-chapo. Bon. Un autre vecteur dont on va avoir besoin, c'est le vecteur unitaire Ychapo. Ce vecteur unitaire Ychapo qui est ici, on va pouvoir l'exprimer en termes de phi-chapo et de Rochapo. Donc, dans le plan horizontal, on projette, et on se retrouve avec le cossinus de phi fois phi-chapo plus le sinus de phi fois Rochapo. Or, Rochapo, justement, on a été capable de l'écrire en termes de Rchapo et theta-chapo. Donc, on prend notre Rochapo qui est ici

notes

résumé

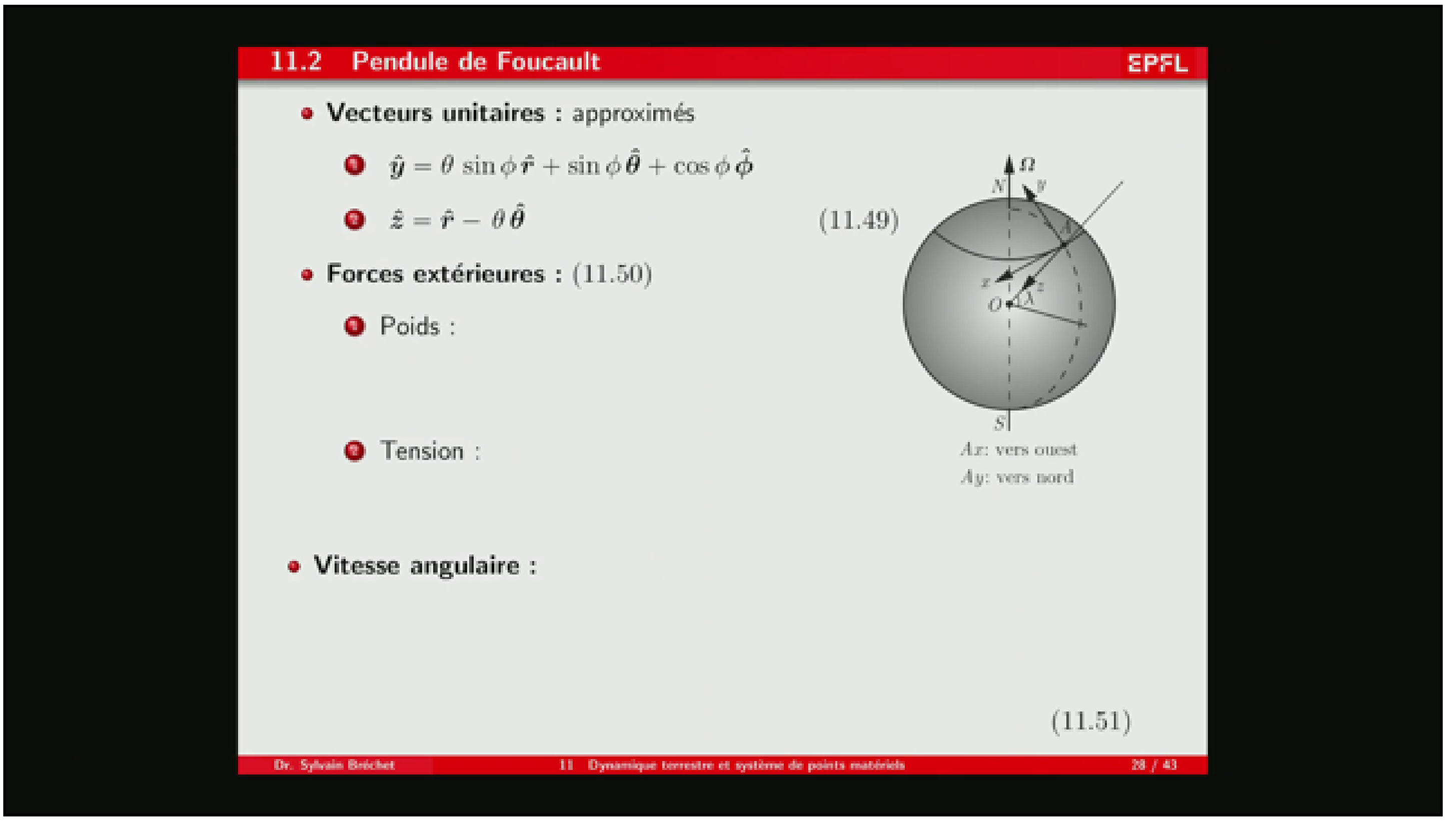


et on le substitue dans l'expression de Ychapo. D'accord ? Alors, si on fait ça, on va se retrouver. Avec le sinus de phi fois le sinus de theta fois Rchapo, plus le sinus de phi fois le cossinus de theta fois theta-chapo plus le cossinus de phi fois phi-chapo. D'accord ? On a trois composantes maintenant. Oui, mais il faut qu'on tienne compte de tout ce qui est petit pour se simplifier la vie parce que sinon, ça va être complètement agréable. D'accord ? Le pendule, il est très long, il fait 70 mètres de long. D'accord ? L'ossiation se fait vraiment dans la limite des petits angles. Ce qui veut dire que le sinus de theta, c'est à peu près theta et que le cossinus de theta, c'est à peu près 1. Donc, ça, c'est la première approximation à faire. Remplacer le sinus de theta par theta et le cossinus de theta par 1. Deuxièmement, la vitesse angulaire du plan d'ossiation du pendule est au maximum en norme égal à la vitesse angulaire de rotation de la Terre au pôle Nord et au pôle Sud. Elle est plus faible entre les deux. Elle tend vers zéro lorsqu'on arrive à l'équateur. D'accord ? Donc, elle est petite. Omega est déjà petit. Phi point est au maximum égal à Omega, donc il est petit aussi. D'accord ? Donc, non seulement theta est petit, Omega est petit, Phi point est petit. Donc, si on se retrouve avec des termes en theta carré, en Omega carré, en Phi point carré, en theta Omega, en theta Phi point, et en Omega Phi point, on va tous pouvoir les négliger. OK ? Bon, on va le faire tout à l'heure. Pour l'instant, on va reprendre les vecteurs les plus utiles, soit Y chapeau et Z chapeau. On va les simplifier dans le limite des petits angles où le cosineus de theta vaut 1 et

notes

résumé

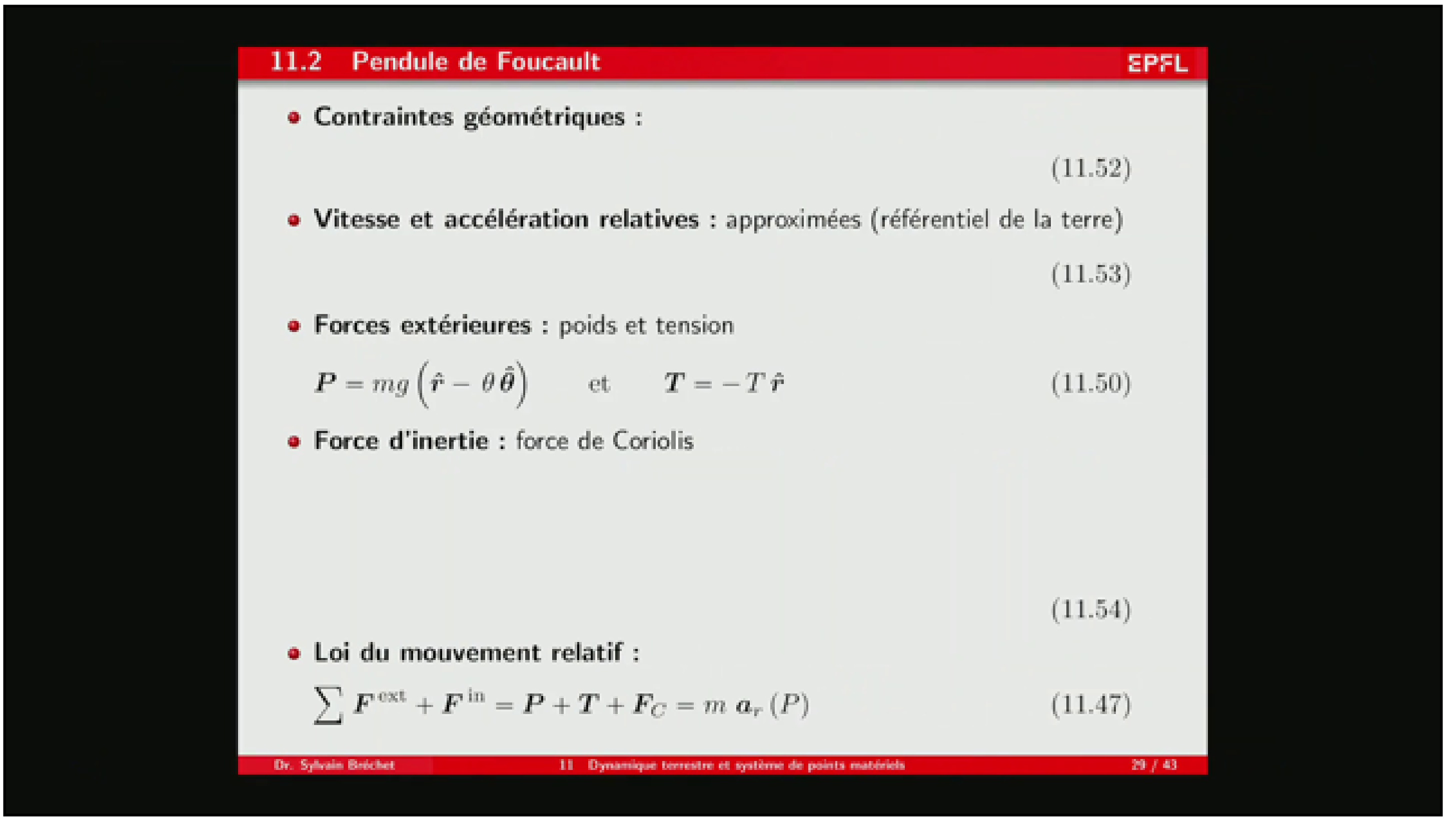
80m 1s



le sineus de theta vaut theta. Alors, commençons par Y chapeau. Pour Y chapeau, on a le sineus de theta soit theta, fois le sineus de Phi, fois Phi chapeau, plus. Le cosineus de theta soit 1, fois le sineus de Phi, fois theta chapeau, plus. Le cosineus de Phi, fois Phi chapeau. Pour Z chapeau, maintenant, on a le cosineus de theta, soit 1, fois R chapeau, moins le sineus de theta soit theta, fois theta chapeau. Donc, c'est un petit peu plus condensé.

notes

résumé

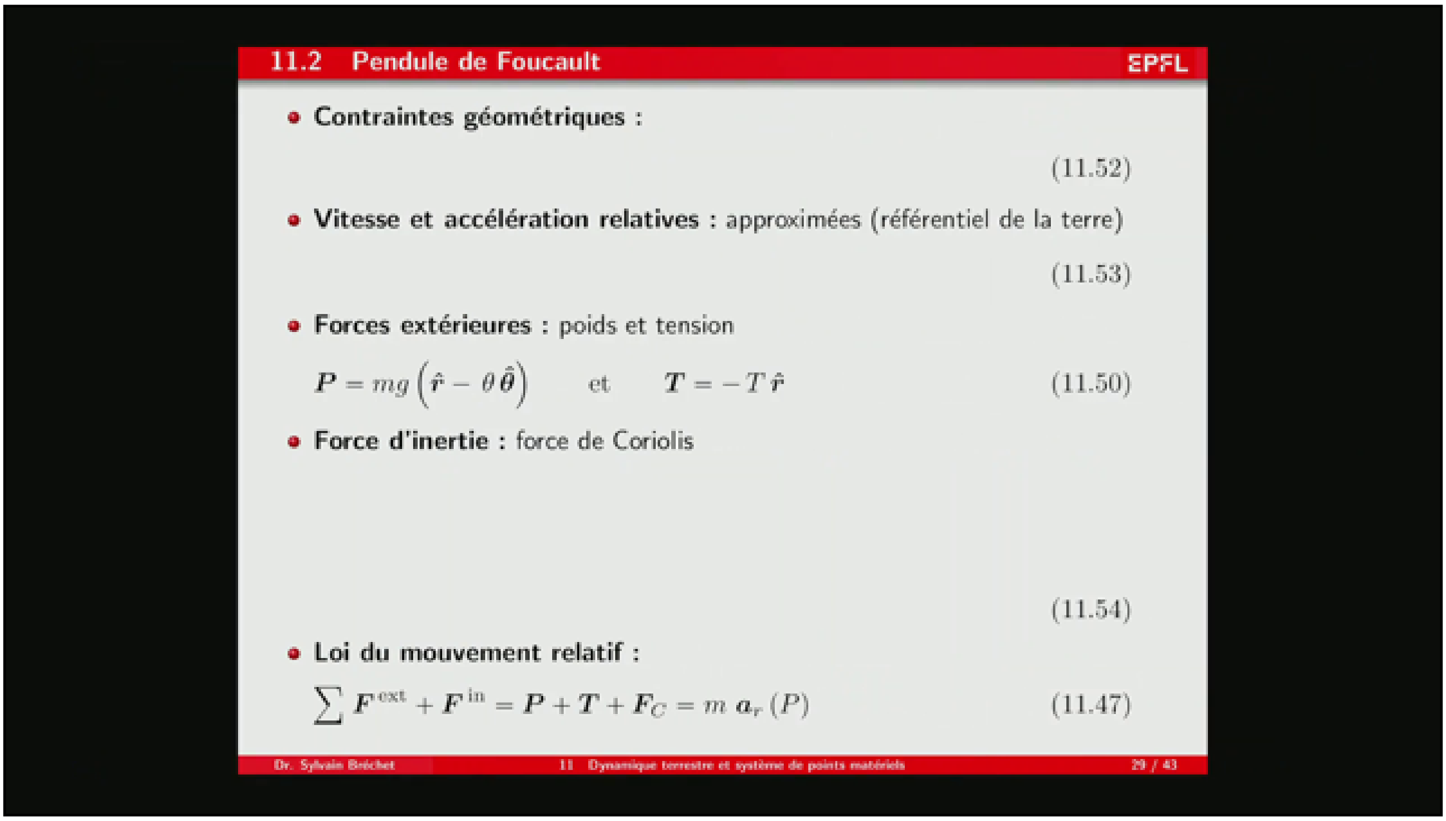


On peut maintenant introduire les forces extérieures, le poids qui est MG qui orientait selon l'axe Z, l'axe Z qui est défini positive vers le bas. C'est donc MG Z chapeau. Et Z chapeau, on l'a exprimé en termes du repère sphérique. On a donc MG qui multiplie R chapeau, moins theta, fois theta chapeau. L'attention, elle est radiale. Comme toujours, c'est moité, fois R chapeau. Ce qui va être technique, maintenant, c'est le vecteur vitesse angulaire omega. Alors, il a la même structure que tout à l'heure, faisant intervenir le fait qu'on a défini nos axes différemment. D'accord ? Il faut qu'on projette selon les axes Y chapeau et Z chapeau. Donc, on va se retrouver avec omega cos lambda, fois Y chapeau, moins omega sin lambda, fois Z chapeau. On va juste finir ce calcul. D'accord ? Et alors, on aura omega cos lambda, de Y chapeau, qu'on a écrit tout à l'heure, c'est theta sin phi, fois R chapeau, plus le sin phi, fois theta chapeau, plus le cos phi, fois phi chapeau. Et on va encore avoir moins omega sin lambda, qui multiplie R chapeau, moins theta, fois theta chapeau. Et alors là, on va utiliser le fait que les termes en omega theta sont négligeables. Donc, on a ici un theta, on a ici un omega, ce terme est négligeable. D'accord ? On a ici un theta, on a ici un omega, ce terme ici est négligeable aussi. Et donc, ce qui va nous rester dans cette approximation, c'est moins omega sin lambda R chapeau, plus omega cos lambda sin phi, fois theta chapeau, et un dernier terme qui est omega cos lambda cos phi, fois phi chapeau. D'accord ? Après la pause, on va voir comment on peut, grâce à ce vecteur vitesse angulaire omega, qu'on va utiliser pour calculer la force de Corleis, être en mesure de décrire le mouvement de rotation à

notes

résumé

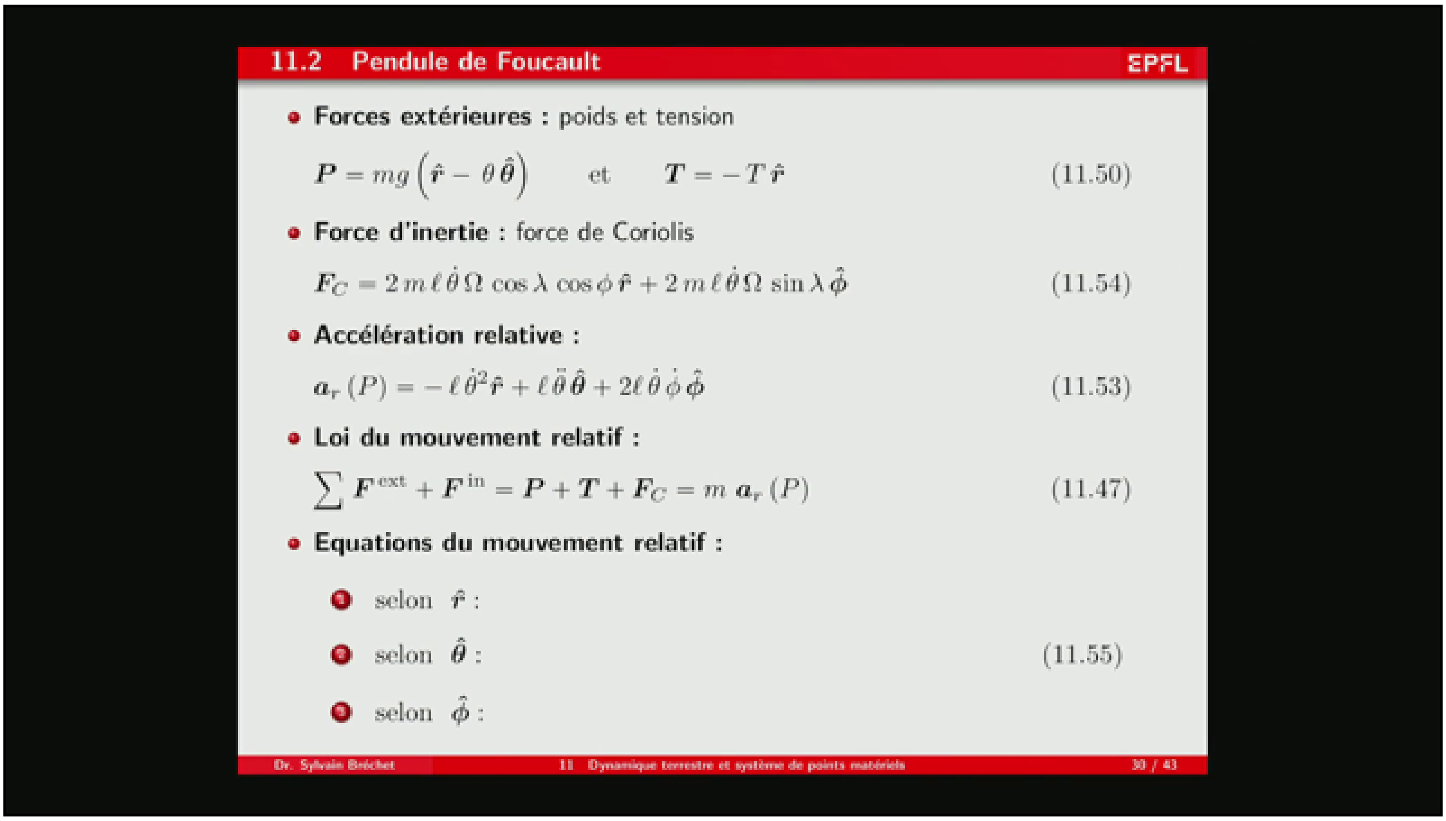
82m 43s



vitesse angulaire constante du plan vertical d'ossiation du pendu de Foucault. Voilà. On va terminer maintenant l'étude du pendu de Foucault.

notes

résumé

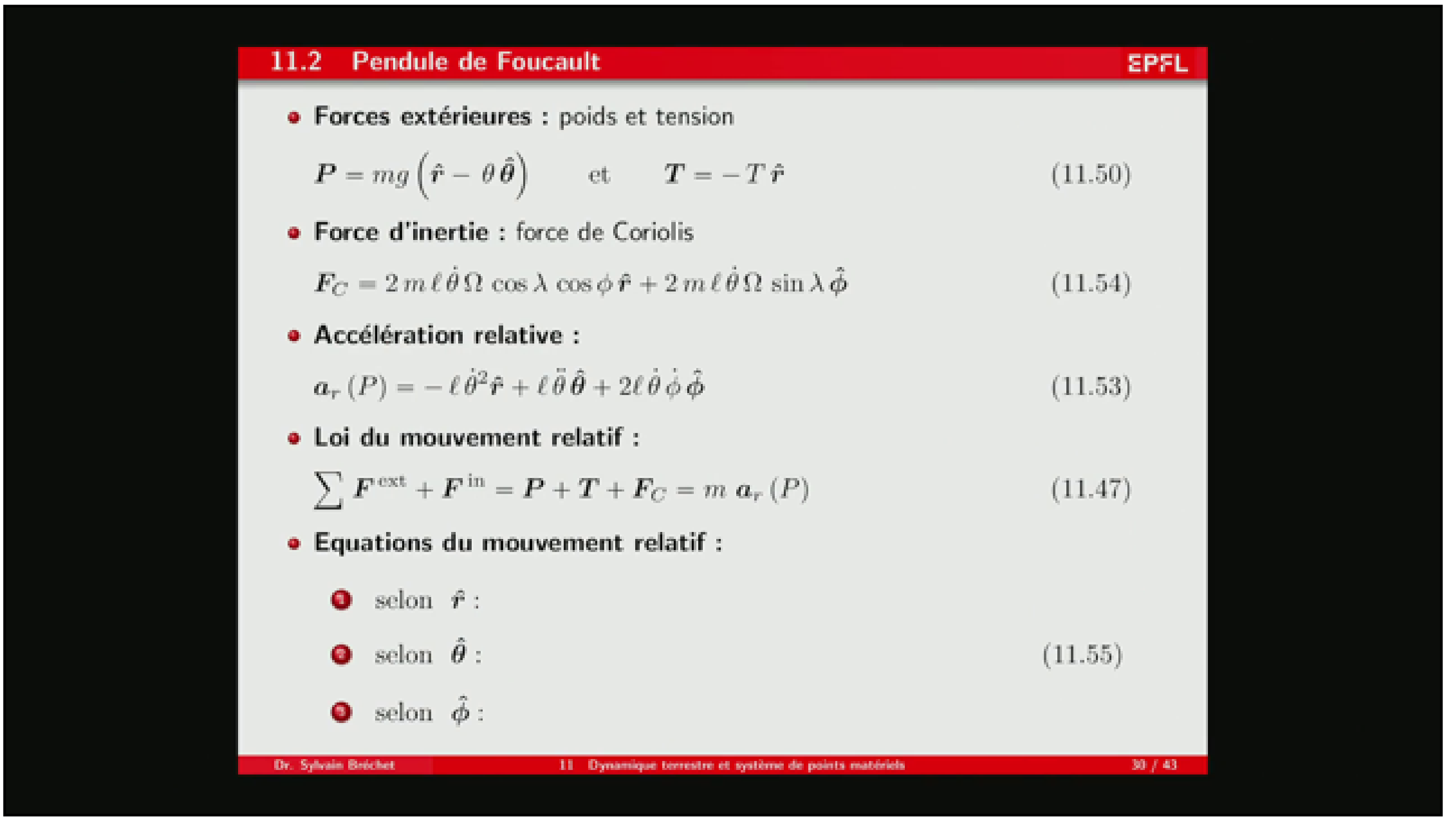


On a besoin de tenir compte des contraintes géométriques, quelles sont ces contraintes ? La première, c'est que la coordonnée radial sphérique R correspond à la longueur L du pendu qui est une constante. La deuxième, c'est que la vitesse angulaire de rotation du plan vertical d'ossiation du pendu, cette vitesse angulaire est constante puisque la rotation de la Terre autour de son axe est constante. L'un dépend de l'autre, c'est une projection avec une fonction trigonométrique à la clé, qui joue le rôle de rapport. Donc, phi point, la vitesse angulaire de rotation du plan vertical d'ossiation est constante. Maintenant, il faut faire très attention sur la vitesse relative et l'accélération relative. On va pouvoir négliger les termes d'ordre centripète pour l'accélération. On va négliger la vitesse qui est orthogonal au plan du pendule. Si vous voulez, le pendule aussi avec une certaine vitesse. Maintenant, le plan vertical tourne. Donc, par rapport aux référentiels relatifs de la Terre, le plan tourne, mais cette rotation se fait très, très lentement. Donc, on peut négliger cette composante de la vitesse. Donc, la vitesse relative du point P, c'est uniquement celle du pendule dans son plan vertical d'ossiation, cette L theta point fois theta chapeau. Qu'en est-il maintenant de l'accélération relative de notre pendule ? Il y a les termes d'accélération dans le plan d'ossiation tel qu'on les connaît bien. On va retrouver évidemment soit L theta point carré et chapeau, l'accélération centripète dans le plan du pendule. On a également un terme d'accélération tangentiale, un L theta point point fois theta chapeau. Mais attention, notre pendule tourne. Le terme d'accélération centripète lié à la rotation du plan vertical, il est négligible. Ce n'est pas le cas du terme d'accélération de Coriolis, c'est là qu'elle piège. Ce terme d'accélération de Coriolis, on le prend dans la limite où l'angle est petit, où le cosine de theta vaut 1 et le sine de

notes

résumé

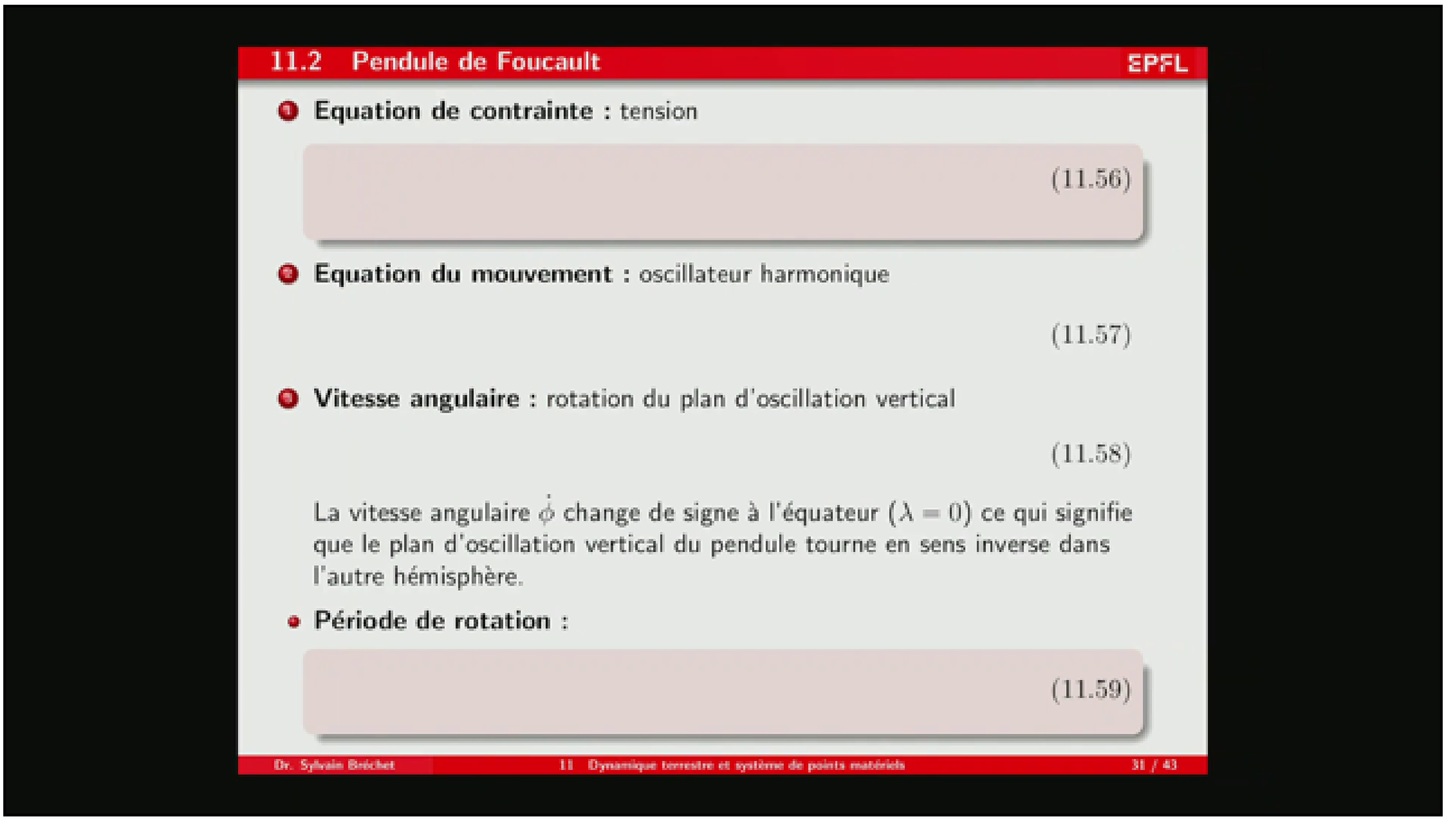
85m 31s



theta vaut theta. Or, le terme qui va apparaître, c'est le terme d'accélération de Coriolis en coordonnée sphérique pour lequel on a le cosine de theta qui tend vers 1. On va donc avoir un terme très important qui est donc 2L theta point phi point fois phi chapeau. Remarquez que phi chapeau est orthogonal au plan vertical de ciation. Donc ce terme d'accélération, c'est celui qui décrit le mouvement de rotation de ce plan vertical justement. On a nos forces extérieures qui sont ici. On doit encore déterminer la force de Coriolis qui est moins 2F, fois le produit vectoriel de omega avec la vitesse relative du point P. Bon, alors on écrit les choses explicitement, c'est 2F, fois omega qui est moins sa norme, fois le sine de lambda, fois R chapeau, plus omega cosineus lambda sinus phi, fois theta chapeau, plus omega cosineus lambda cosineus phi, produit vectoriel avec L theta point theta chapeau, qui est la vitesse relative. Le terme nodale de la vitesse angulaire ne va pas contribuer au produit vectoriel. Si on fait le produit vectoriel de R chapeau avec theta chapeau, on trouve phi chapeau. Ah, j'ai oublié, attendez, oui, c'est le casse de phi-fi-chapeau, il y a un phi-chapeau qui manque ici. Si on fait le produit vectoriel de phi chapeau avec theta chapeau, on trouve moins R chapeau. Le moins se simplifie avec le moins en évidence. On n'a que des signes plus au final. On se retrouve avec 2ML theta point omega cosineus lambda cosineus phi, fois R chapeau, plus 2ML theta point omega sinus lambda, fois phi chapeau. Donc on a trouvé la force de corgulis. On a le poids, on a l'attention, on a l'accélération relative.

notes

résumé

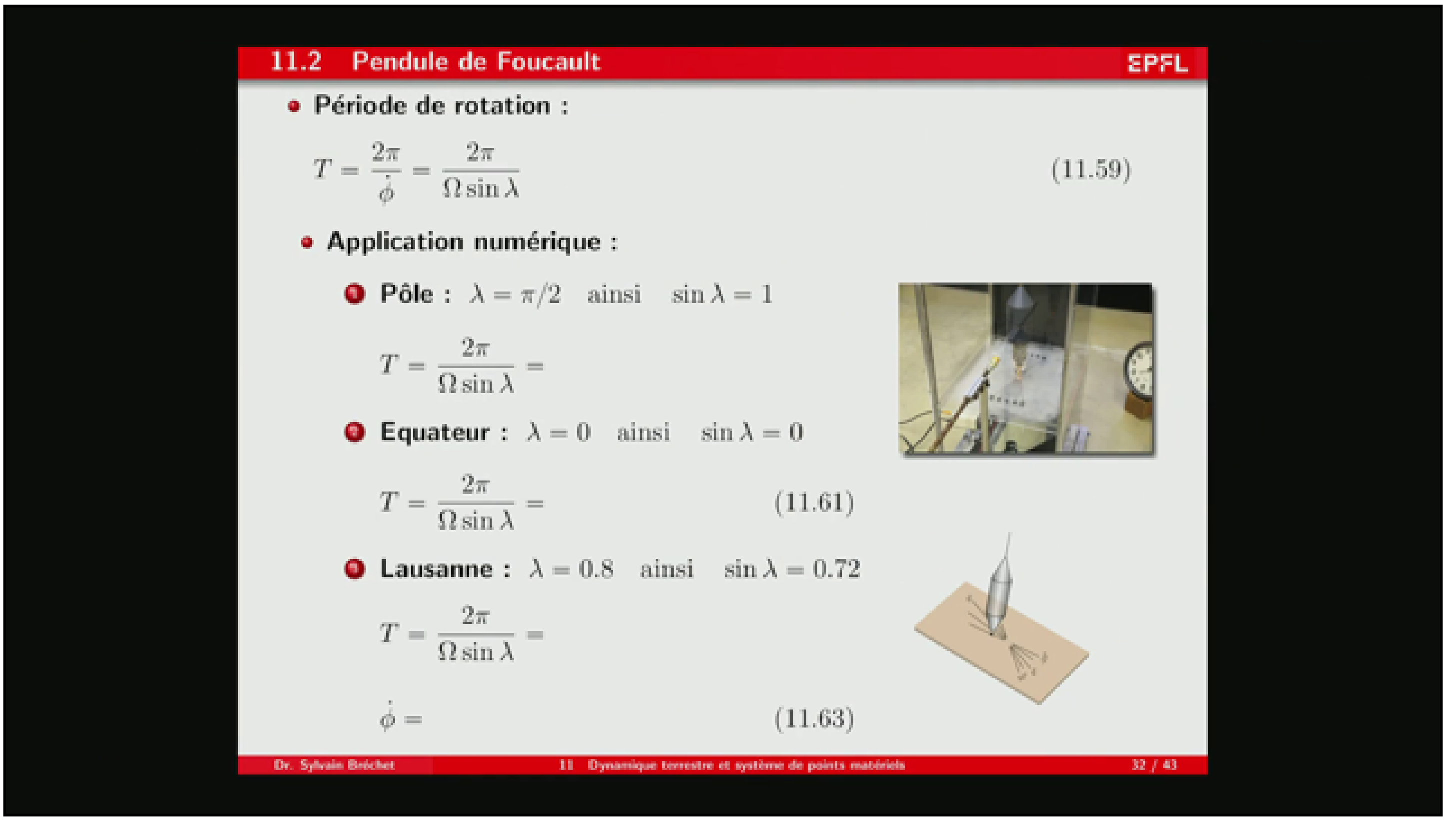


Donc maintenant on est en mesure de faire les projections et de trouver les équations qui régissent la dynamique dans le référentiel relatif de la Terre. Si on projette selon l'incoordinaire radial, pour le poids on a MG, pour l'attention on a mointé, ensuite pour la force de corgulis, on se retrouve avec 2ML theta point omega cosineus lambda cosineus phi, qui est égal à moint ML theta point carré. Ensuite, si on l'accélération nodale, on va se retrouver avec pour le poids moint MG theta. Il n'y a aucune contribution de l'attention, aucune contribution de la force de corgulis dans la limite qu'on a choisi. Et dans le membre de droite on a le produit d'Amass, il faut l'accélération tangentiale soit ML theta point point. Ensuite, selon l'incoordinaire azimutale, qui est orthogonal au plan vertical d'ossiation, on va avoir une contribution de la force de corgulis. Il y a 2ML theta point omega sinus lambda et dans le membre de droite on a l'accélération de corgulis multiplié par la masse soit 2ML theta point fois phi point. C'est cette dernière équation qui est l'équation centrale de l'analyse qu'on va faire. Commençons par les deux autres.

notes

résumé

90m 12s



La première équation nous donne la valeur de l'attention, c'est une équation de contrainte. Cette tension, c'est la masse phi multiplié G plus L theta point carré plus 2L theta point omega cosineus lambda cosineus phi. La tension vient donc compenser le poids, elle compense la force centrifuge liée à la rotation du pendule dans le plan vertical d'ossiation et elle compense la force de corgulis liée à la rotation de la Terre autour de son axe. Se pose maintenant la question suivante. A votre avis, si on est aux antipodes de Lausanne, quelque part, disons, en Nouvelle-Zélande, est-ce que la tension est la même ? Si on est exactement aux antipodes, où est-ce qu'elle est différente ? Alors qui pense que la tension est la même ? Qui pense qu'elle est différente ? La tension est la même, pourquoi ? Parce que si vous changez lambda et vous le remplacer par moins lambda, le cosineus de lambda reste le même. C cosineus est une fonction paire, d'accord ? Donc la tension est la même aux antipodes. En revanche, en ce qui concerne la période et le sens de rotation, les choses sont différentes. Si on prend l'équation du mouvement maintenant, dans le plan vertical d'ossiation, on a theta.1, plus omega carré theta, qui est égal à 0, ou ici omega carré, c'est g sur l. On a donc le célèbre oscillateur harmonique dans la limite des petites oscillations circulées, il n'y a rien d'intérêt sans avoir. D'accord ? En revanche, ce qui est intéressant, c'est la dernière équation. Regardez là. Voyez les préfacteurs à gauche et à droite ? Vous avez deux mL qui sont positifs. Cette équation doit être vraie, quelle que soit la valeur de theta.1. Donc il faut que les termes qui multiplient deux mL theta.1 soient égaux. Ce qui veut dire que phi.1, qui est la vitesse angulaire de rotation du pendule de Foucault, doit

notes

résumé

91m 37s

- **Période de rotation :**

$$T = \frac{2\pi}{\dot{\phi}} = \frac{2\pi}{\Omega \sin\lambda} \qquad (11.59)$$

- **Application numérique :**

1. **Pôle :** $\lambda = \pi/2$ ainsi $\sin\lambda = 1$

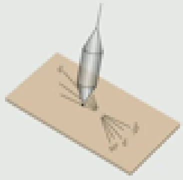
$$T = \frac{2\pi}{\Omega \sin\lambda} =$$

2. **Equateur :** $\lambda = 0$ ainsi $\sin\lambda = 0$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega \sin\lambda} = \qquad (11.61)$$

3. **Lausanne :** $\lambda = 0.8$ ainsi $\sin\lambda = 0.72$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega \sin\lambda} =$$

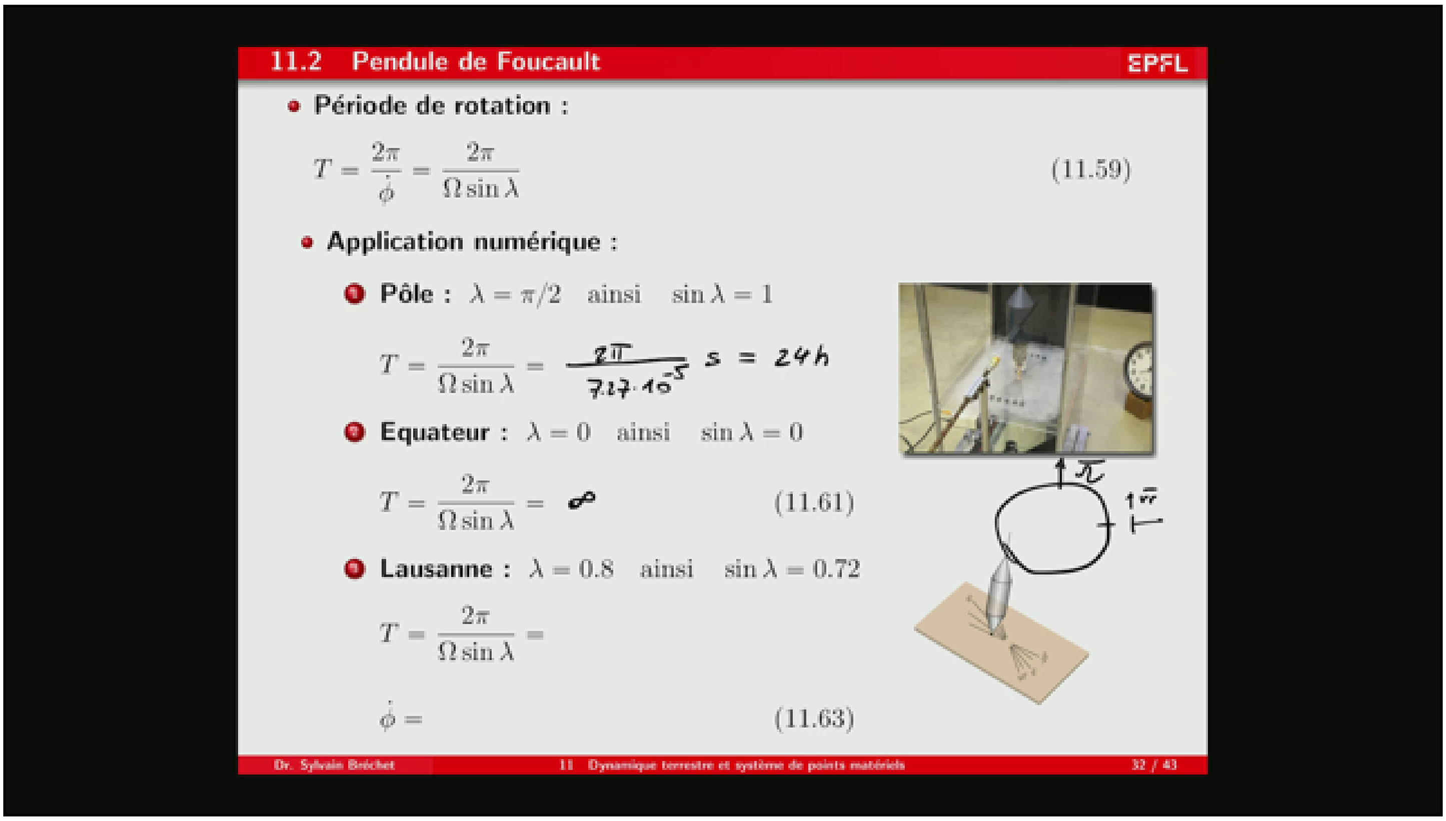


$$\dot{\phi} = \qquad (11.63)$$

être égal à omega fois le sinus de lambda. L'équation finale est très simple. C'est de la belle physique. On a des résultats simples. D'accord ? Donc la période de rotation maintenant. C'est deux pis sur la vitesse angulaire. C'est deux pis sur phi.1. C'est-à-dire que c'est deux pis sur omega sinus lambda. Donc maintenant, on va pouvoir se rassurer.

notes

résumé

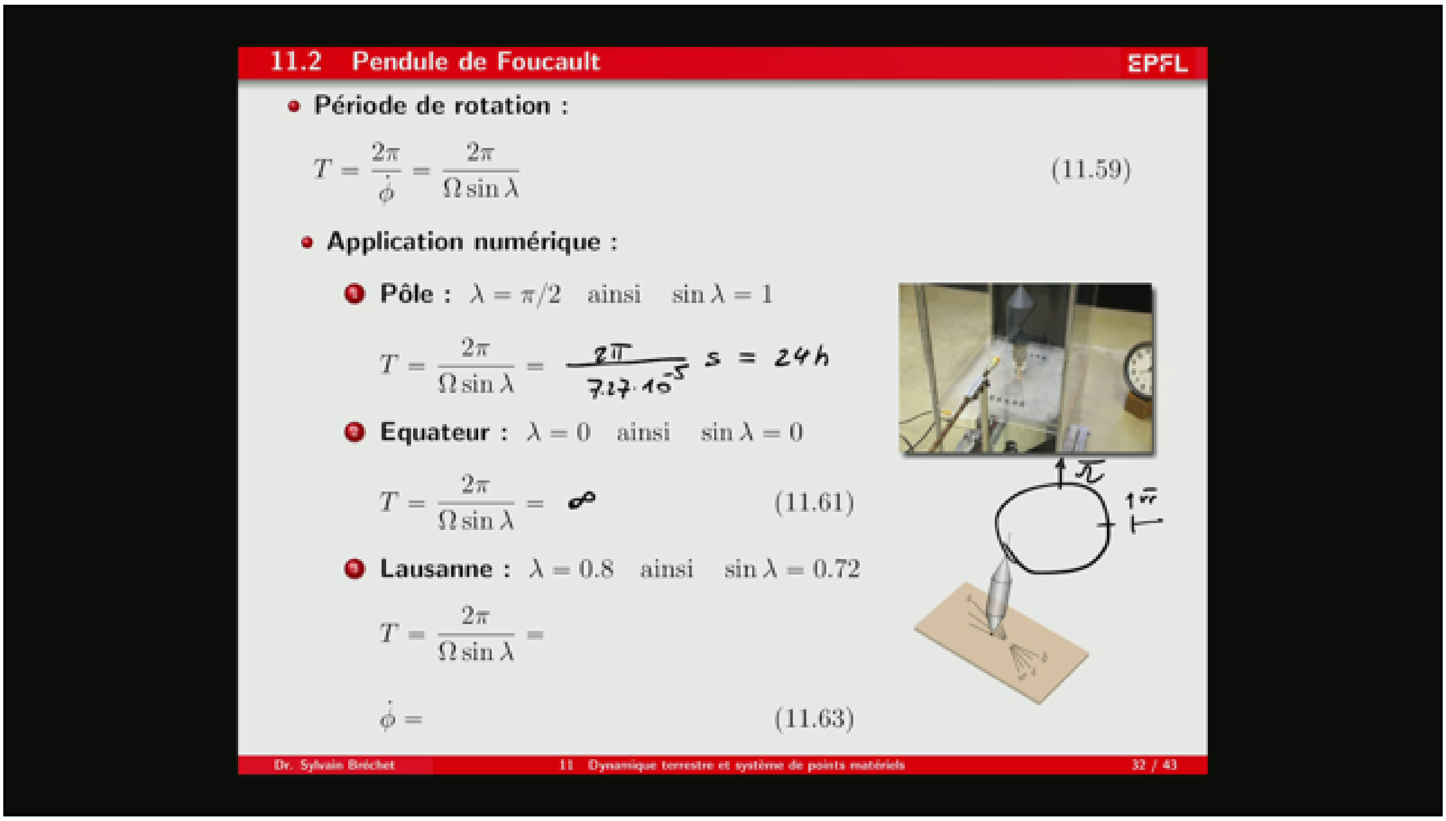


Prenons le mouvement du plan vertical d'ossiation au pôle. Il tourne en sens opposé du sens de rotation de la Terre. La période devrait être de 24 heures. Vérifions. Au pôle, lambda vaut pis sur deux. Au pôle nord, au pôle sud, c'est moins pis sur deux. La période en norme sera la même, même si le sin change. D'accord ? Le sinus de lambda vaut 1. Au pôle nord, il vaut moins 1. Au pôle sud, d'accord ? Et donc si on prend le pôle nord, on se retrouve avec deux pis sur omega sinus lambda. C'est-à-dire que c'est deux pis sur omega. C'est donc deux pis sur 7,27 fois d'ispicence moins 5, seconde moins 1. On le convertit en seconde. On l'écrit en seconde. Pardon. On le convertit en heure. Et on se retrouve exactement avec 24 heures. D'accord ? Donc la période de rotation du pendule de Foucault au pôle nord est égale à la période de rotation de la Terre. Pourquoi ? Parce qu'en fait, le pendule ne bouge pas par rapport au système solaire, ce qui veut dire que, perçu de la Terre, eh bien le pendule tourne en sens opposé à la même fétilesse centrale. D'accord ? À l'équateur, que se passe-t-il ? Lambda vaut 0, le sinus de lambda vaut 0. Et donc la période est infinie, pourquoi ? Parce que le pendule de Foucault ne tourne pas. En fait, si vous prenez la Terre et que vous regardez ce qui se passe à l'équateur, vous avez votre pendule qui est là, dans la limite des petites oscillations, la vitesse relative va être donc collinère au vecteur vitesse anculaire de rotation glatère, le produit vectoriel v2 vous donne 0, la force de Corollée sénule, il n'y a pas de rotation du plan vertical de oscillation. Alors la question qui se pose bien sûr, c'est quelle est cette période à Lausanne ? D'accord ?

notes

résumé

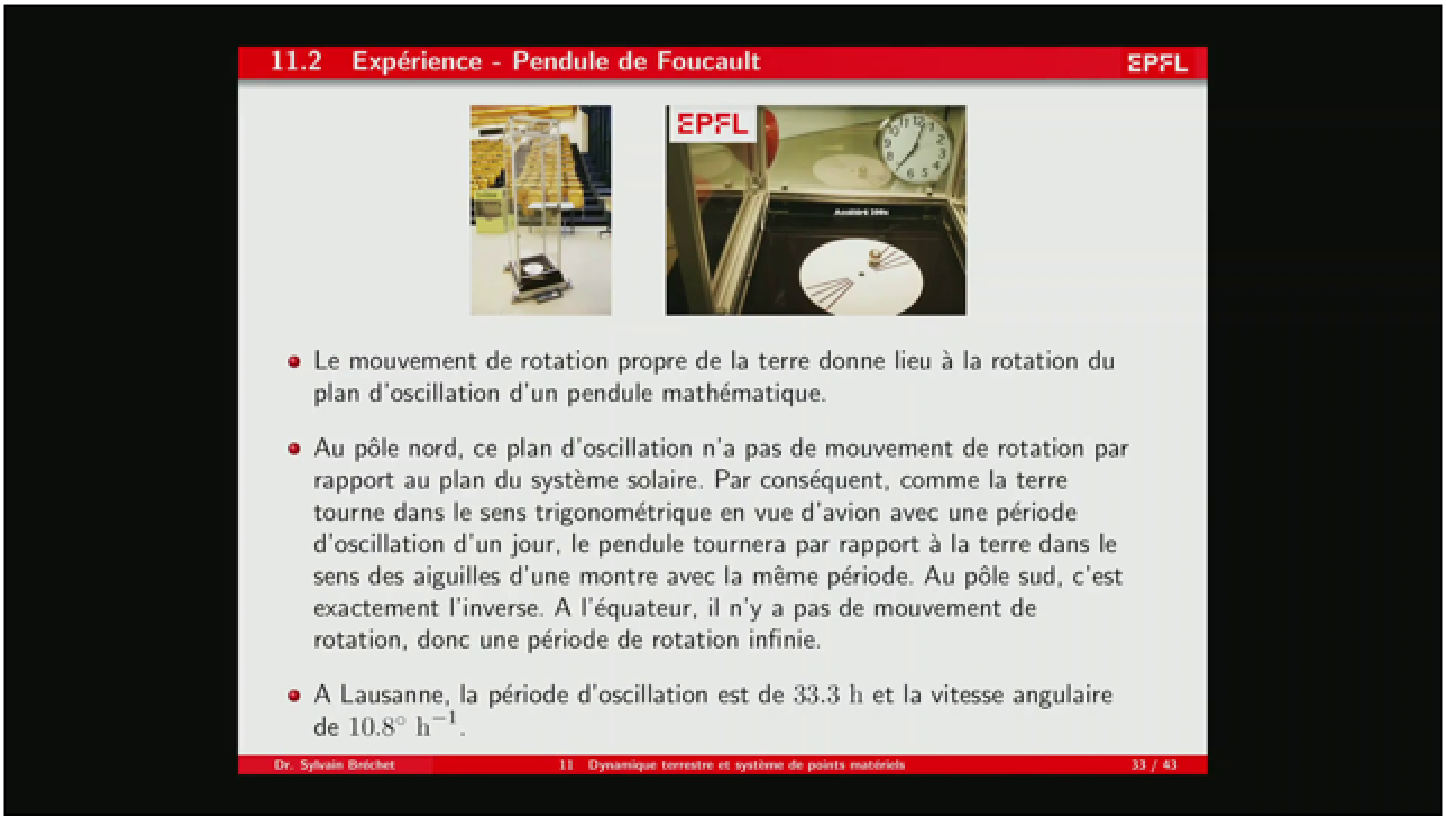
94m 7s



Alors à Lausanne, c'est 2 pi sur omega sin lambda,

notes

résumé

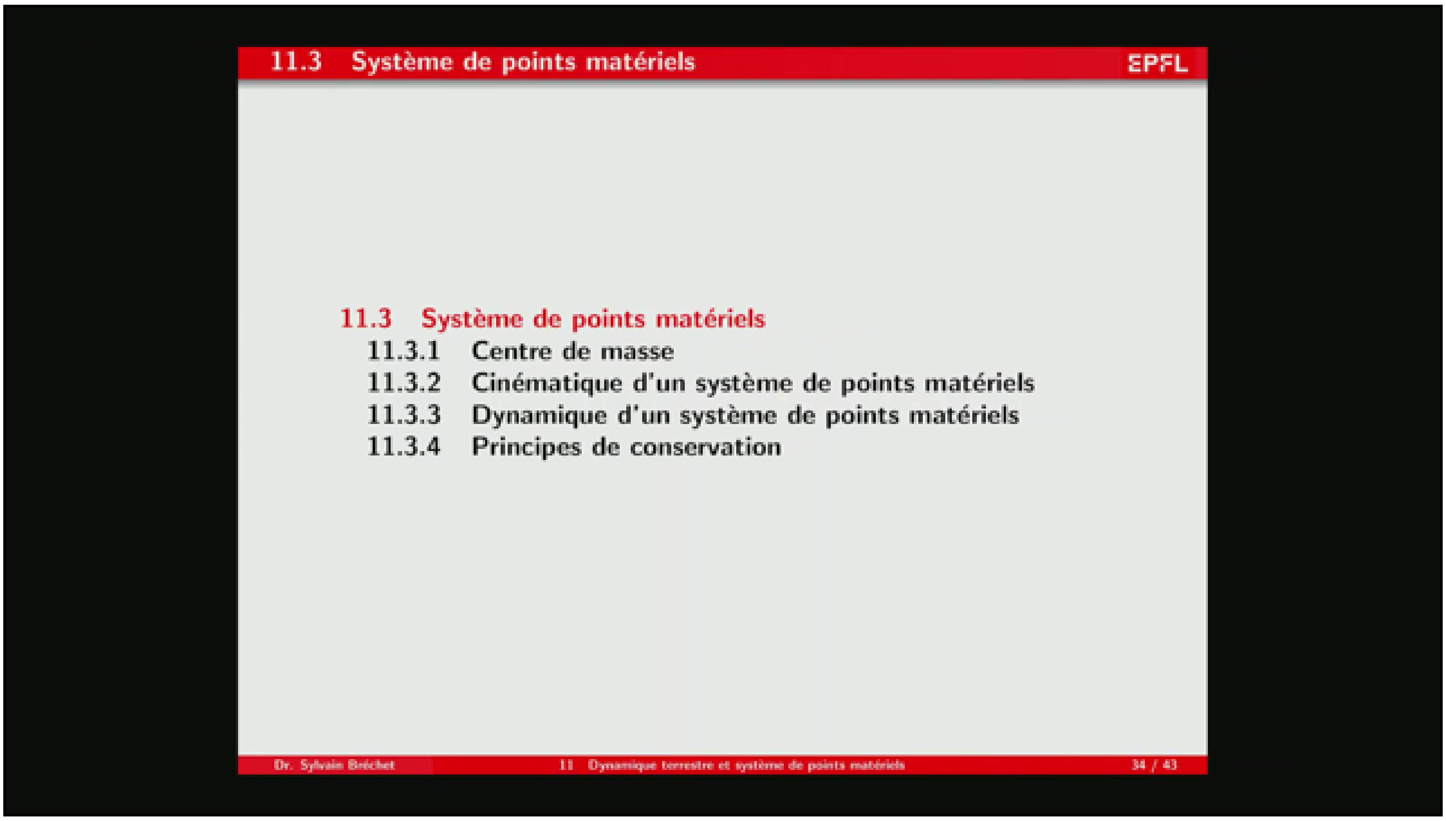


où on sait que lambda vaut 0,8, le sin de lambda 0,72. Et donc on se retrouve avec 2 pi divisé par 7,27 fois 10 puissance, moins 5, secondes, moins 1, qu'on multiplie par 0,72, le tout en seconde, on le convertit en heure, et on se retrouve avec 33,3 heures. D'accord ? Ce qui est un petit peu plus lent qu'à Paris, puisque en Suisse on est un petit peu plus lent qu'en France, d'accord ? En fait c'est surtout lié à la rotation de la Terre, enfin, c'est lié à l'angle de l'attitude, c'est-à-dire que si vous êtes au nord de la France, vous allez avoir un angle de l'attitude qui est plus grand qu'à Lausanne. Mais bon, si on regardait ce qui se passe à Marseille, là ce serait le contraire, d'accord ? On se retrouverait avec une période d'ossiation qui serait là, qui serait encore plus moure, encore plus longue, pardon, une vitesse angulaire plus petite qu'à Lausanne. Bon, alors cette vitesse angulaire, on peut la déterminer en degré par seconde, un tour complet c'est 360 degrés, qui sont réalisés en 33,3 heures, donc on se retrouve avec une vitesse angulaire de 10,8 degrés par heure, d'accord ? Ce qui correspond à la graduation que vous aviez à l'écran tout à l'heure, voilà, l'angle entre degrés de graduation, c'est 10,8 degrés, d'accord ? Et c'est tout pour le pendule de Foucault.

notes

résumé

96m 1s

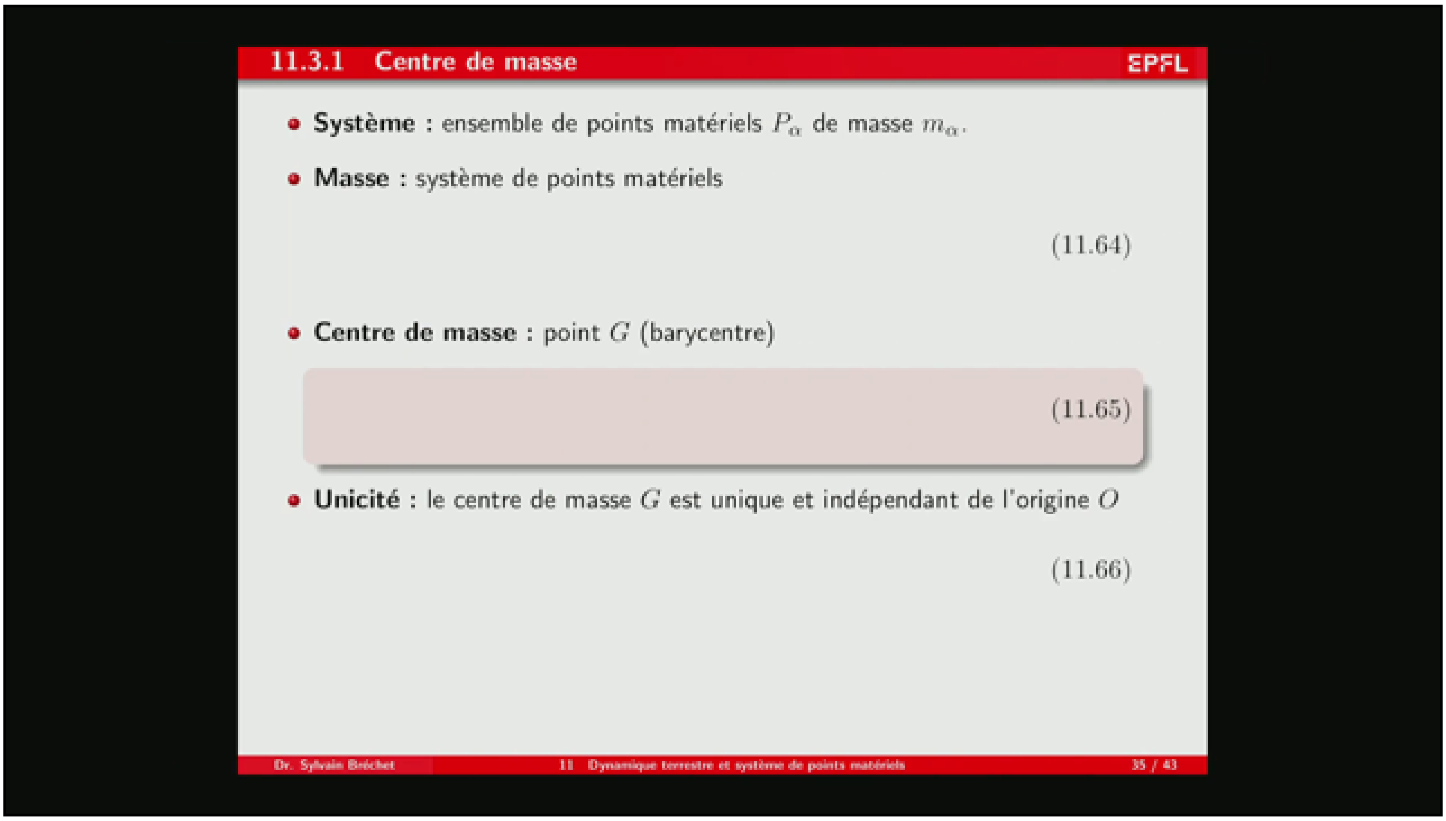


On verra plus tard, lorsqu'on parlera du gyroscope, une autre invention de Léon Foucault qui démontre toujours et encore la même chose

notes

résumé

97m 42s

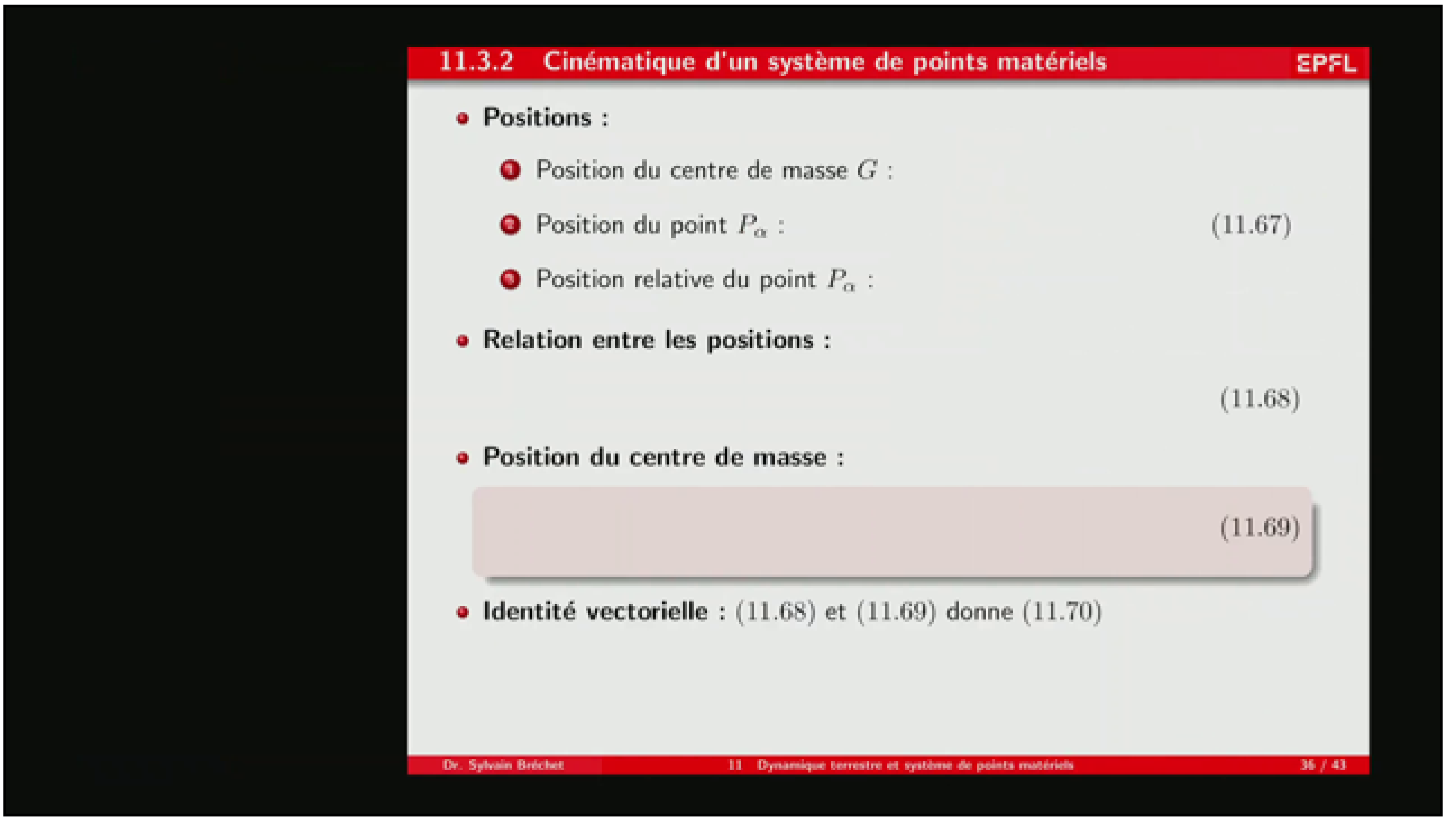


à savoir que la Terre tourne autour de son axe, de manière astuciuse Lausse. Au chapitre 8, on a introduit la notion de système de points matériels, on a parlé du problème à deux corps, il y avait deux points matériels, on aimerait généraliser cette approche en ayant N point matériel avec N aussi grand qu'on veut. Donc on va introduire à nouveau la notion de Sainte-Domas, la généraliser pour N objet, d'accord ? Et puis déterminer la cinématique d'un système de points matériels, en liant les vitesses des différents points matériels du système à la vitesse du Sainte-Domas, on fera pareil pour l'accélération et ensuite on va s'intéresser à la dynamique. Ça va être très important au niveau fondamental, c'est assez calculatoire, d'accord ? Mais conceptuellement, ça va permettre de comprendre un certain nombre de choses, notamment le fait que les forces intérieures ne contribuent pas à la dynamique et que les moments de force intérieures ne contribuent pas non plus à la dynamique. Et ça sera un prélude pour l'étude plus tard de la dynamique et la cinématique du solide indéformable, d'accord ?

notes

résumé

97m 52s

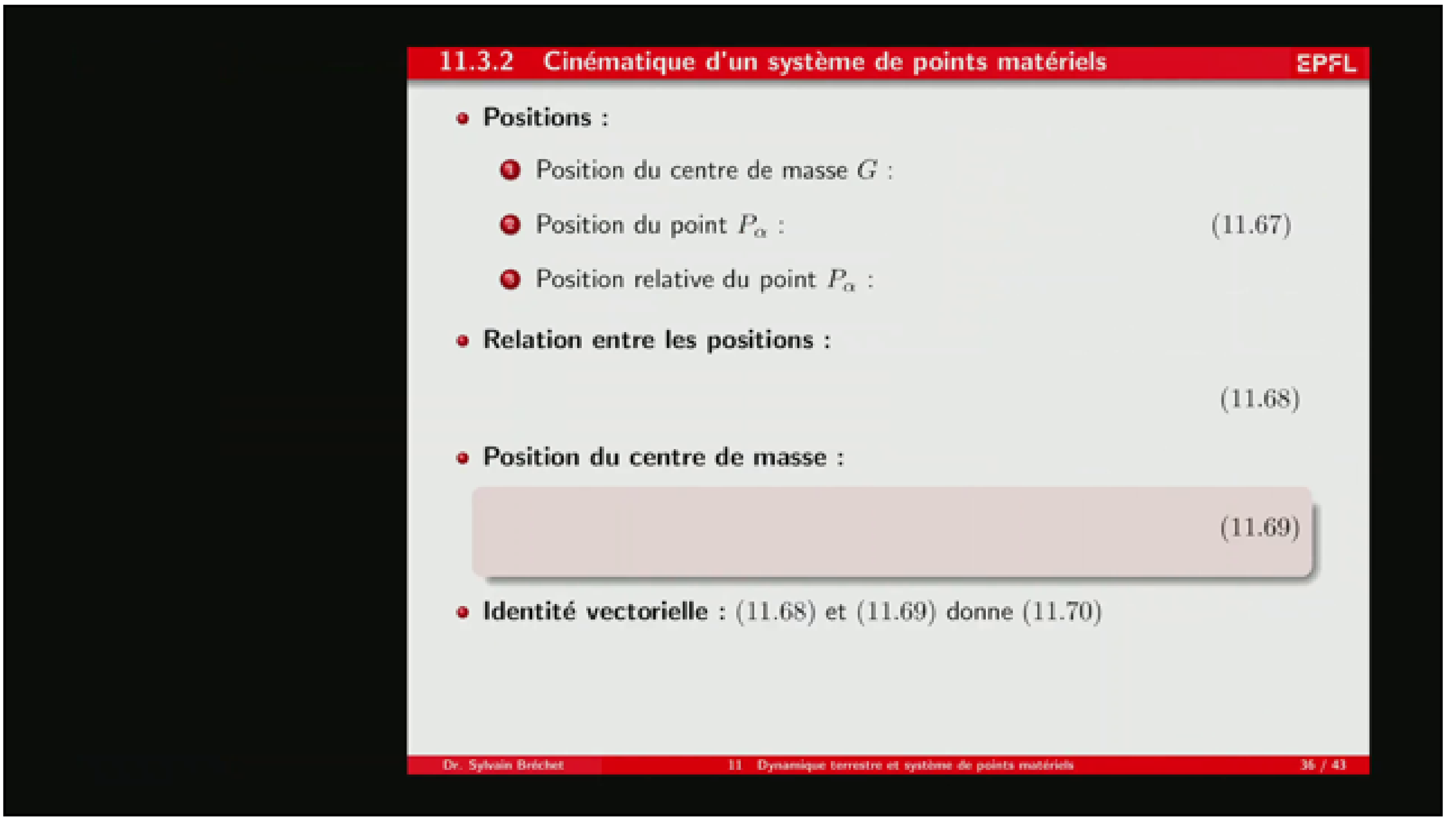


Alors, on va utiliser une convention d'écriture qui est assez générale, qui consiste à noter les points matériels d'un système avec une lettre grecque, en général un alpha ou un beta. Donc on va prendre un ensemble de points matériels P alpha qui ont une masse m alpha, ils n'ont pas besoin d'avoir la même masse, d'accord ? Mais ce qu'on sait, c'est que la masse est extensive, ce qui veut dire que la masse totale de notre système grand thème, ça va être la somme sur les points matériels des masses des différents points matériels. Ça, c'est pas compliqué, d'accord ? Maintenant, le centre de masse, c'est un point qui porte la lettre G qu'on va repérer depuis l'origine. Donc le vecteur position du centre de masse, c'est le vecteur OG. Il est défini comment ? C'est la moyenne pondérée des différents points matériels pondérés donc par leur masse. Donc on va multiplier pour tous les points matériels leur vecteur position, quel vecteur au P alpha, avec leur masse. Et on divise par la masse totale. Donc on multiplie par un seuil grand thème. Ce centre de masse, c'est vraiment un point qui caractérise la dynamique du système qui ne dépend pas de la paramétrisation, donc il ne dépend pas du choix de l'origine. On va rapidement le démontrer. Supposons qu'on ait une autre origine, une origine au prime. Et qu'on ait alors un autre centre de masse qui est G prime, écrivant donc le vecteur au prime G prime. Alors on applique la définition, c'est un sur M. Faut la somme sur les points matériels de leur masse. Faut leur vecteur position pris par rapport à l'origine au prime, qui est le vecteur au prime P alpha. C'est de la géométrie. Ce qu'on peut faire et qu'on va faire, c'est reprendre cette structure, mais remplacer maintenant le vecteur au prime P alpha par la somme du vecteur au

notes

résumé

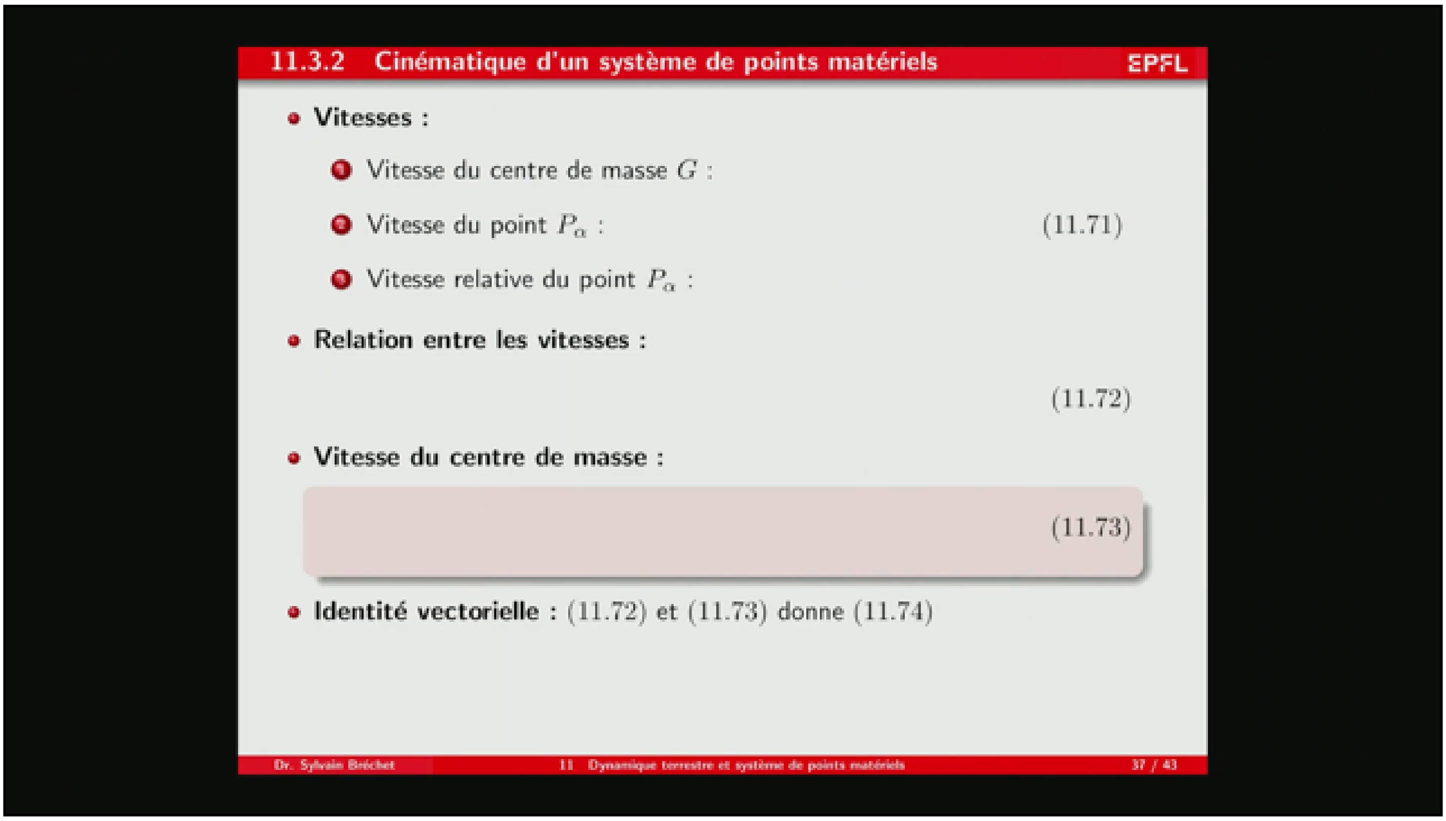
98m 55s



prime O plus le vecteur au P alpha. Ok ? Alors maintenant, on peut distribuer ce produit. On écrit qu'on a l'inverse de la masse totale qui multiplie la somme sur les points matériels de leur masse fois au prime O, qui d'ailleurs ne dépend pas de la somme sur alpha. D'accord ? Puis on a un deuxième terme qui est 1 sur la masse totale. Faut la somme sur alpha des M alpha, faut aller au P alpha. Bon. Alors, ceci, cette somme là, est égal à puisque la somme sur alpha des M alpha vaut grand thème. Ok ? Très bien. Maintenant, par définition, ça, c'est le vecteur position du centre de masse par rapport à l'origine O. Donc, c'est le vecteur OG. Donc, on est en train d'ajouter au vecteur... Non, c'est dans l'autre sens. Au vecteur au prime O, le vecteur OG. Donc, on a le vecteur au prime G. Donc, on a supposé qu'il existait un autre G prime pour un autre oprime. Et on se rend compte pour une autre origine qui est au prime, et on se rend compte qu'on tombe sur le même point qui est ce point qui porte à l'être G. D'accord ? Donc, il n'y a qu'un seul centre de masse. Le point G est défini, quel que soit le référencier. D'accord ? Bon. Et quel que soit le repère.

notes

résumé



Alors, maintenant, on va faire de la cinématique. D'accord ? On prend la notation qu'on a introduite au chapitre 8. Le vecteur position du centre de masse, on va l'écrire grand RG. C'est ici OG. Bon. Le vecteur position du point matériel alpha, par rapport à l'origine O, on va l'appeler le vecteur R alpha, qui est au P alpha. Puis, on va introduire un vecteur position du point O relativement au centre de masse, qui va être le vecteur GP alpha, et on va l'appeler R alpha prime. Bon. Alors, maintenant, le vecteur au P alpha, bien, c'est la somme du vecteur OG plus de vecteur GP alpha, ce qui veut dire que R alpha est égal à RG plus R alpha prime. Ok ? Le vecteur position du centre de masse, qui est le vecteur RG, on peut donc l'écrire comme l'inverse de la masse, il faut la somme sur les points matériels du produit de leur masse, il faut leur vecteur position. Alors, il y a une identité vectorielle qui sort naturellement de cette description, qui est la suivante. La somme sur les points matériels du produit de leur masse, il faut leur vecteur position relative, donc par rapport au centre de masse. On va pouvoir le récrire en remplaçant R alpha prime, et on va faire la différence entre la position SL du centre de masse. On peut ensuite développer ceci. On a la somme sur alpha des M alpha et R alpha. Et on se retrouve avec la somme sur alpha des M alpha, qui multiplie RG, qui est donc la masse totale, foir G, compte tenu de la définition du centre de masse qui est ici. Vous voyez que M foir G, c'est la somme sur les alpha des M alpha et R alpha. Donc ces deux termes sont égaux, ils se compensent, le résultat est nul. Bon, ce qu'on a fait pour la

notes

résumé

102m 17s

11.3.2 Cinématique d'un système de points matériels

EPFL

- **Vitesses :**
  1. Vitesse du centre de masse G :
  2. Vitesse du point P_α : (11.71)
  3. Vitesse relative du point P_α :
- **Relation entre les vitesses :**

$$(11.72)$$

- **Vitesse du centre de masse :**

$$(11.73)$$

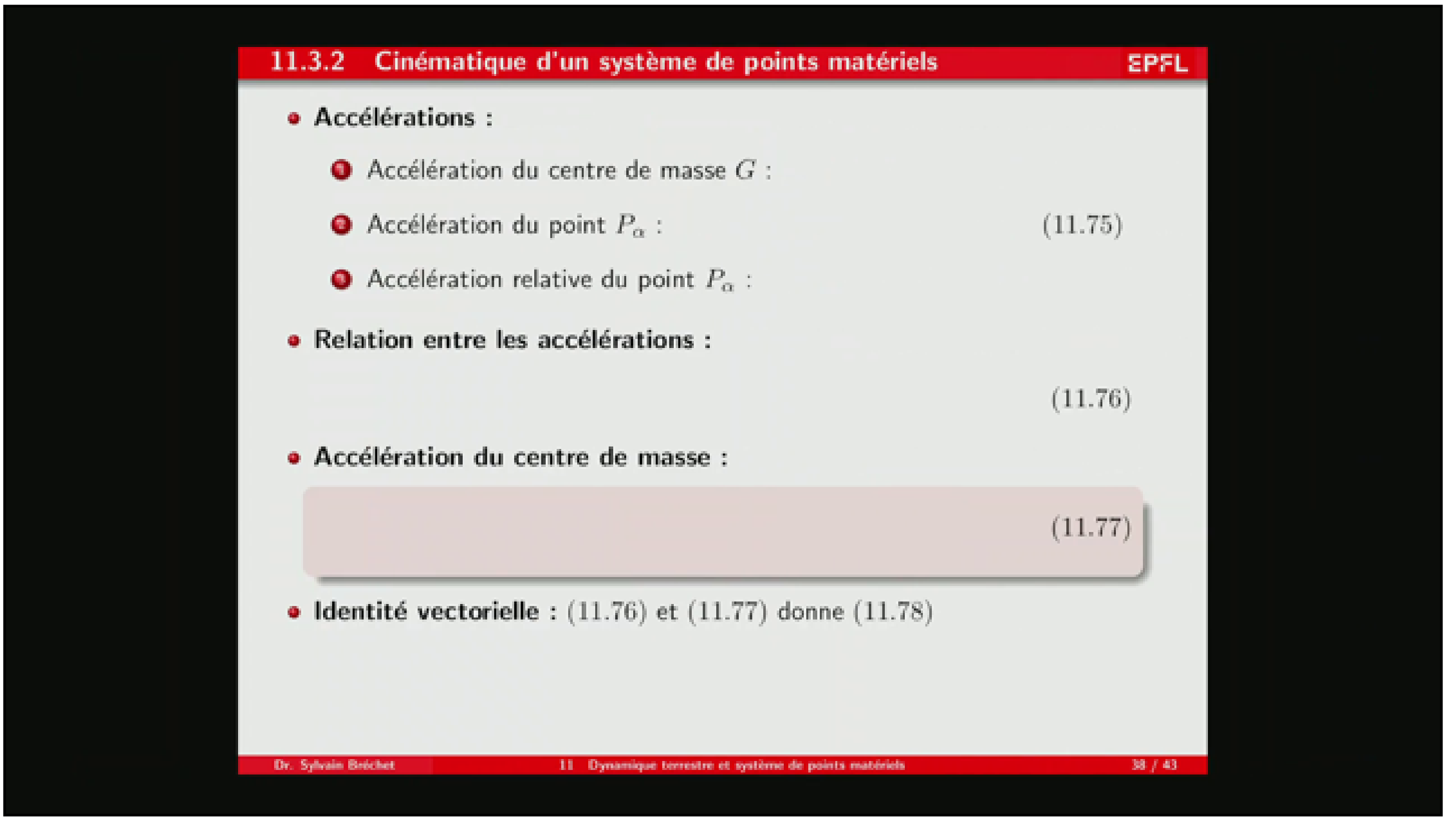
- **Identité vectorielle :** (11.72) et (11.73) donne (11.74)

Dr. Sylvain Bréchet   11 Dynamique terrestre et système de points matériels   37 / 43

position,

notes

résumé

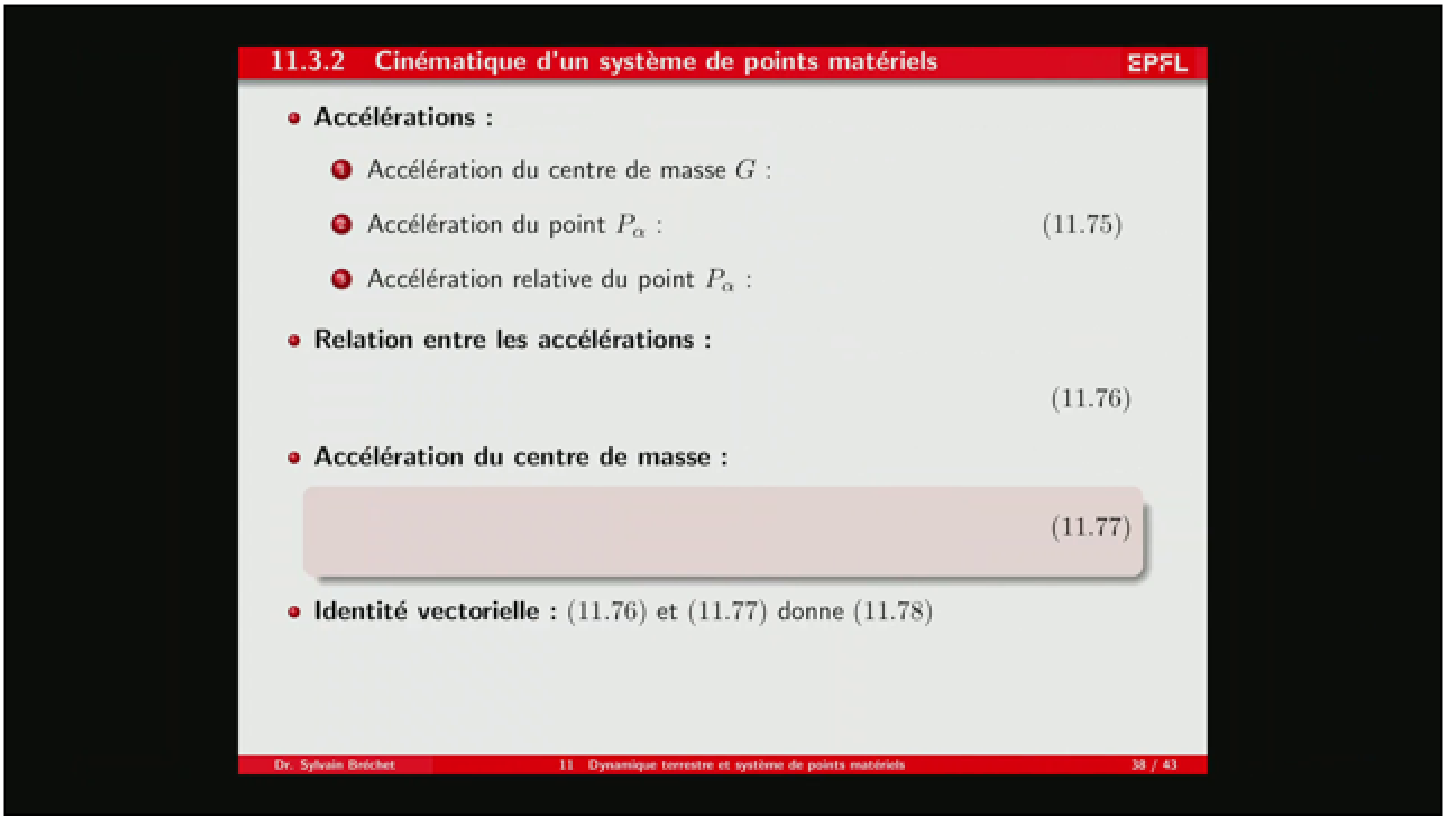


on va le refaire pour la vitesse en dérivant par rapport au temps. Donc, la vitesse du centre de masse VG, c'est la dérivé temporelle de la position du centre de masse. La vitesse du point matériel alpha, c'est la dérivé temporelle de sa position. La vitesse relative du point alpha, c'est la dérivé temporelle de sa position relative. Pourquoi ? Parce qu'on n'est pas en train de parler de deux référentiels avec une rotation de l'un par rapport à l'autre. Et donc, dans ce cas-là, on a bien la vitesse relative qui est la dérivé temporelle de la position relative. D'accord ? Ce n'est pas un cas aussi général que celui qu'on a vu ensemble la semaine passée. Alors si on dérive par rapport au temps, la relation entre les positions, on va la réécrire. La position du point matériel alpha, c'est 7 du centre de masse, plus la position relative. On dérive chaque vecteur par rapport au temps. Et on en conclu donc que la vitesse du point matériel alpha, c'est celle du centre de masse, plus la vitesse relative v alpha prime. En prenant la définition du centre de masse, on la réécrit. Et puis, on va dériver les vecteurs positions par rapport au temps, ce qui nous permet alors de conclure que la vitesse du centre de masse, c'est l'inverse de la masse. On a la somme sur les points matériels du produit de leur masse, sur leur vitesse par rapport à leur rougine. Ok ? Et puis au final, on a une identité vectorielle, la somme sur les points matériels de leur masse, sur leur vitesse relative qui, je tiens à le préciser, est la somme des quantités de mouvements relatives, va être nulle. D'accord ? Parce que la quantité de mouvements est portée par le centre de masse. Alors pour le montrer, on a la somme sur alpha dm alpha qui multiplie la différence

notes

résumé

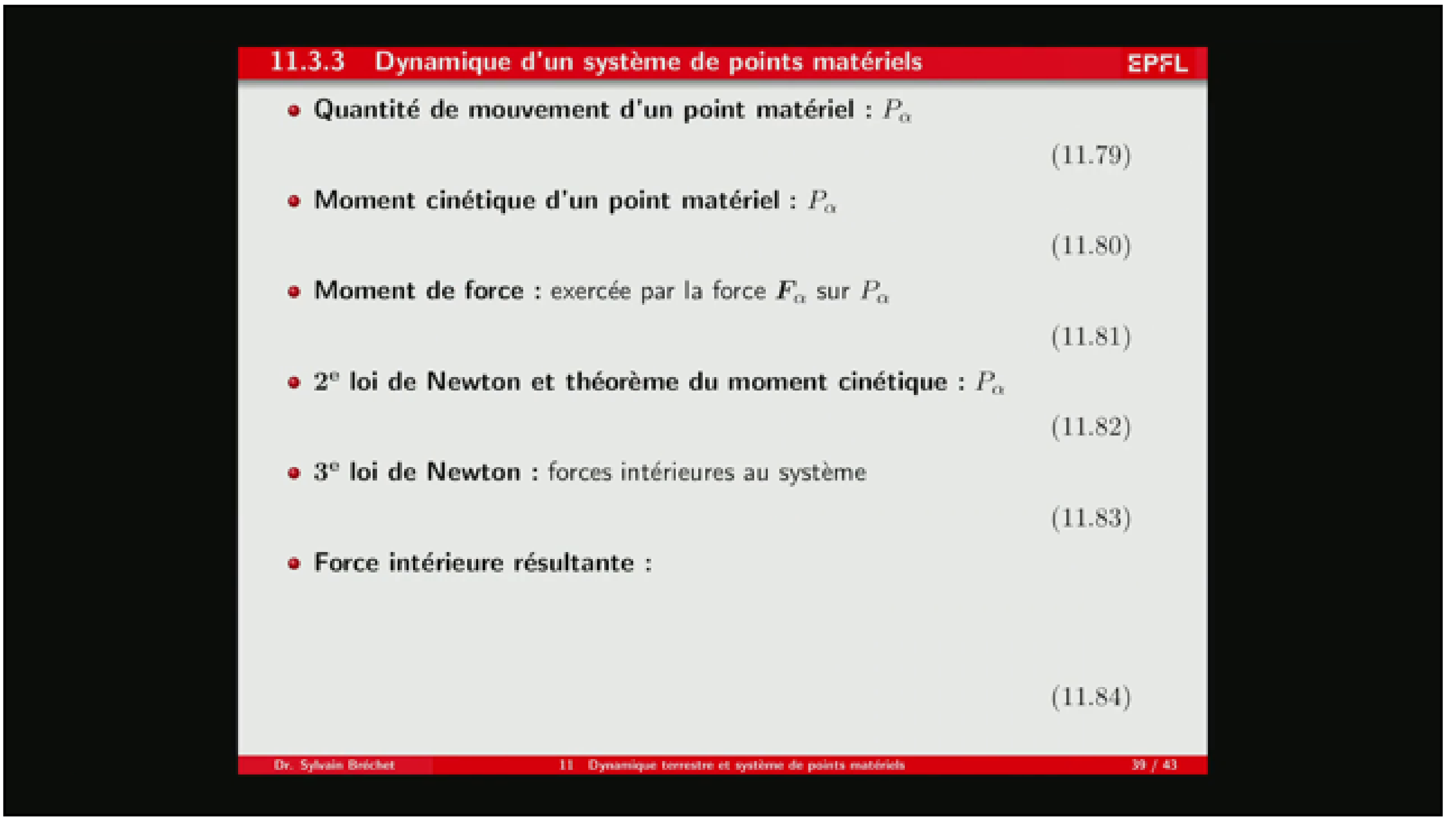
104m 23s



entre la vitesse du point matériel alpha et celle du centre de masse. D'accord ? Qui est donc la somme sur les points matériels du produit de leur masse fois leur vitesse. Et comme la somme sur alpha dm alpha est indépendante de mg, on va retrancher la masse totale fois vg. D'après la définition de la vitesse du centre de masse, celle-ci est donc clairement nulle. Jamais 203 comme on dit. Donc ce qu'on a fait pour la vitesse, on va rapidement le faire pour l'accélération. C'est la même idée. Et ensuite, la cinématique sera beaucoup plus. D'accord ?

notes

résumé

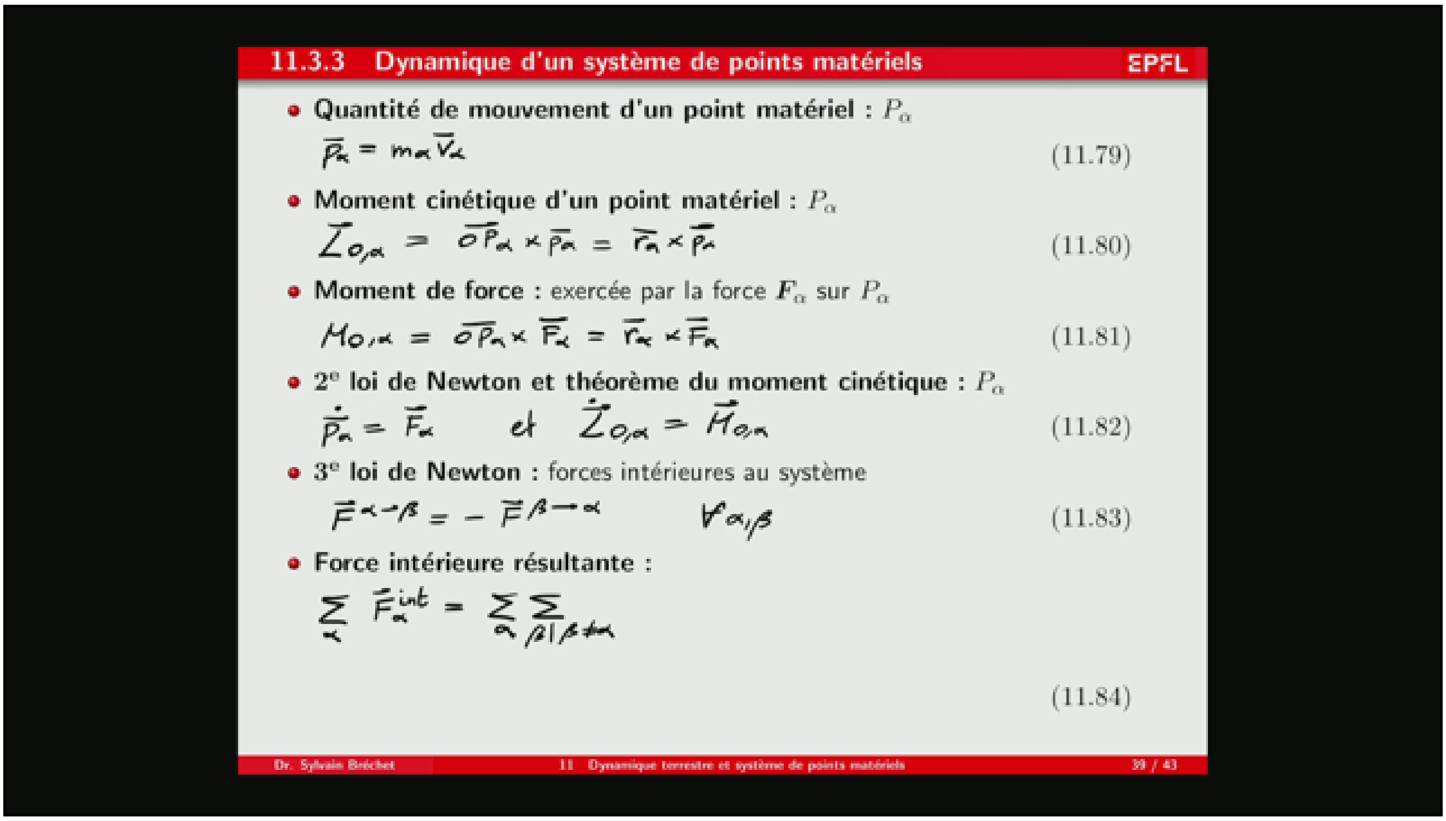


Donc l'accélération du centre de masse qui va jouer un rôle absolument crucial dans la dynamique du solide indéformable, c'est la dérivé temporelle de la vitesse du centre de masse. L'accélération du point matériel alpha, c'est la dérivé de sa vitesse. Et l'accélération relative à alpha prime du point matériel alpha, c'est la dérivé temporelle de sa vitesse relative. Donc si on prend la relation entre les vitesses, v alpha qui est vg plus v alpha prime, on la dérive par rapport au temps. On obtient ainsi une relation entre les accélérations. L'accélération du point matériel alpha, c'est celle du centre de masse plus l'accélération relative. D'accord ? Si on dérive par rapport au temps la vitesse du centre de masse, on a l'inverse de la masse, on la somme sur alpha, des masses des points matériels, fois la dérivé temporelle de leur vitesse. Et on en conclut donc assez naturellement que l'accélération du centre de masse, c'est l'inverse de la masse, fois la somme sur les points matériels du produit de leur masse, fois leur accélération. Ok ? Alors pour terminer, on a une petite identité vectorielle. Là, on a la somme sur les points matériels du produit de leur masse fois leur accélération relative. On peut la réécrire en exprimant l'accélération relative, comme la différence de l'accélération moicelle du centre de masse. On distribue, on a la somme sur alpha, dm alpha, a alpha, à laquelle on va retrancher le produit de la masse pour l'accélération du centre de masse, qui, compte tenu de sa définition, nous donne un résultat nul. Ça a été assez rapide, mais c'est pas très intéressant, et on a besoin d'avoir ses relations pour aller plus loin. C'est la suite qui est intéressante. D'accord ? Bon, alors,

notes

résumé

106m 41s

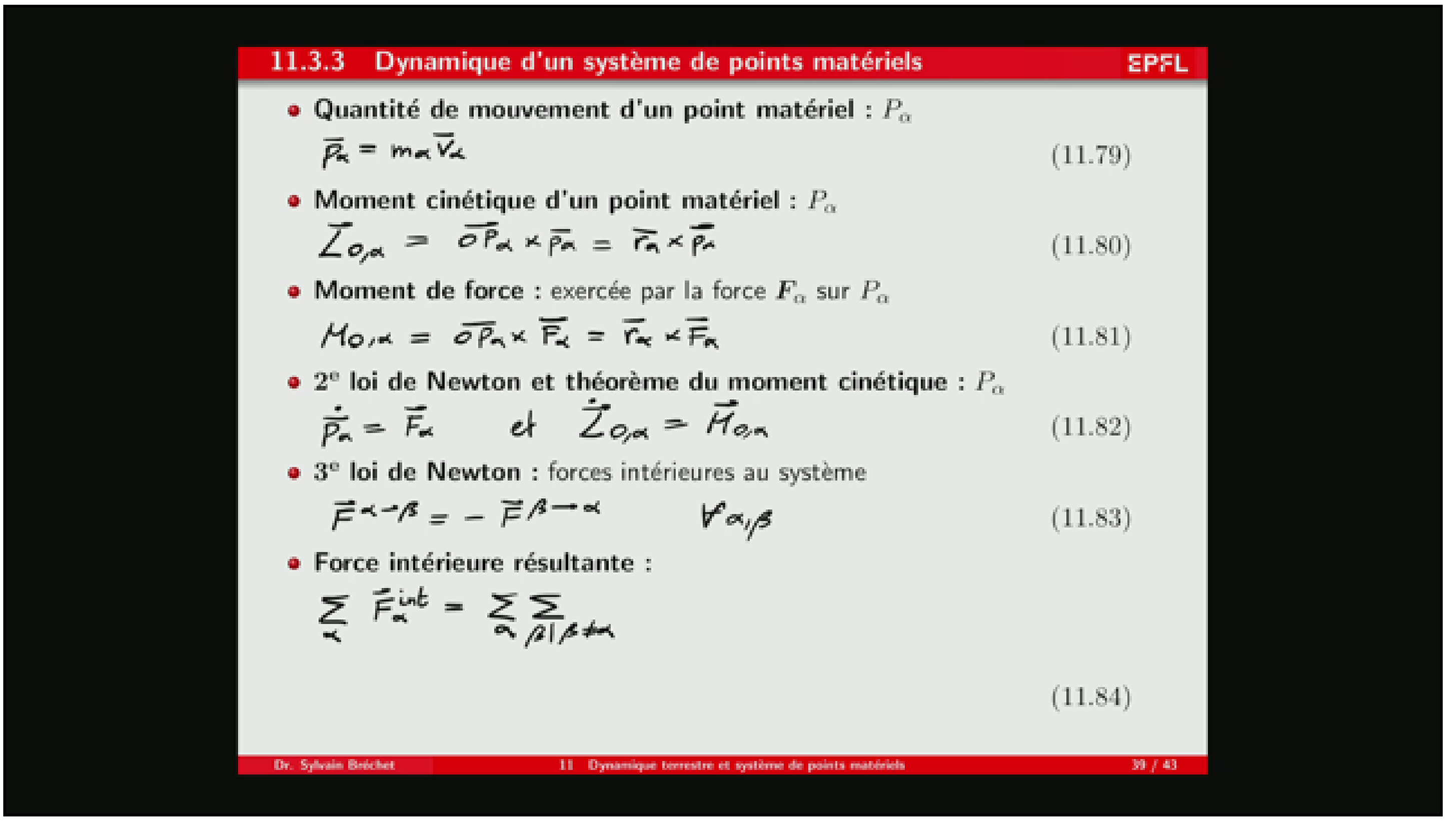


on va s'intéresser maintenant à la dynamique d'un système de points matériels. Ok ? Alors il y a un mot qu'il faut commencer par un seul point matériel. La quantité de mouvement d'un point matériel p alpha, c'est le produit de sa masse fois sa vitesse. Le moment cinétique d'un point matériel p alpha par rapport à l'origine, donc évalue à l'origine, c'est L o alpha, et L o alpha par définition, c'est le produit vectoriel de O p alpha avec petit p alpha, donc, il produit vectoriel du vecteur position du point matériel avec sa quantité de mouvement. Oui, nonan ? Merci, nonan. Voilà, effectivement. J'ai regardé tout à l'heure, mais j'ai pas vu que c'était le mauvais transparent, parce que ça ressemble et graphiquement, c'est pour ça. Alors, on a besoin aussi du moment de force exercé sur le point matériel alpha évalué par rapport à l'origine. Vous remarquez au passage qu'il n'est pas parlé d'extérieur ou d'intérieur, pas encore. Donc, c'est quoi ? C'est le produit vectoriel de O p alpha avec la force résultante exercée sur le point matériel alpha, qui est F alpha. C'est le produit vectoriel de la position du point matériel avec la force exercée sur cette particule. D'accord ? La deuxième loi de Newton nous dit que la dérivé temporelle de la quantité de mouvement du point matériel alpha c'est la force résultante exercée sur ce point matériel et le théorème du moment scientifique nous dit que le moment scientifique du point matériel alpha évalué par rapport à l'origine qu'on dérive par rapport au temps va être égal au moment de force extérieure des forces extérieures appliquées sur ce point matériel évalué par rapport à l'origine. Bon, pour l'instant, c'est de la physique solitaire. Maintenant, la physique doit devenir sociale. Donc, il faut faire interagir les points matériels. Il faut une règle du jeu qui est bien entendu la troisième loi de

notes

résumé

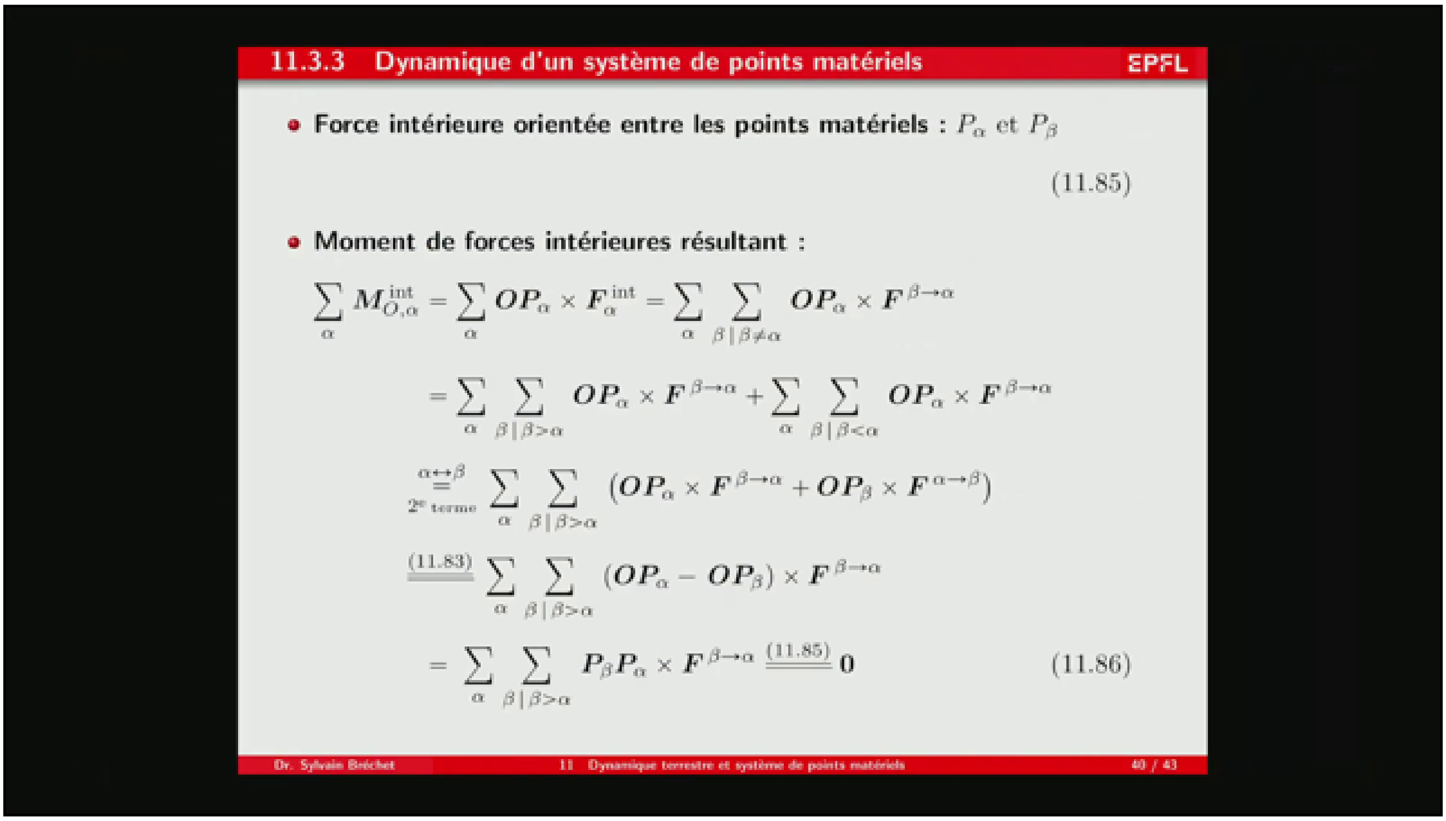
108m 43s



Newton. Un savoir que la force qui est exercée par le point matériel alpha sur le point matériel beta, c'est une force d'action qui est évidemment égal et opposée à la force de réaction exercée par le point matériel beta sur le point matériel alpha, quelle que soit alpha et beta qui appartiennent au système. Et c'est là qu'on va démontrer un très joli résultat, d'accord ? Qui est que la somme des forces intérieures pour un système nul. OK. On va prendre toutes les forces intérieures exercées sur tous les points matériels du système, regardons la force intérieure résultante exercée sur le point matériel alpha. D'accord ? Puis on somme sur l'ensemble des points matériels. La force intérieure résultante exercée sur un point matériel qui est point matériel alpha, elle est exercée par l'ensemble de tous les autres points matériels beta. Donc on écrit la somme sur alpha. On a maintenant une deuxième somme sur beta. Puis évidemment qu'un point matériel n'exerce pas une force sur lui-même. Donc il est clair que beta est différent de alpha. D'accord ?

notes

résumé

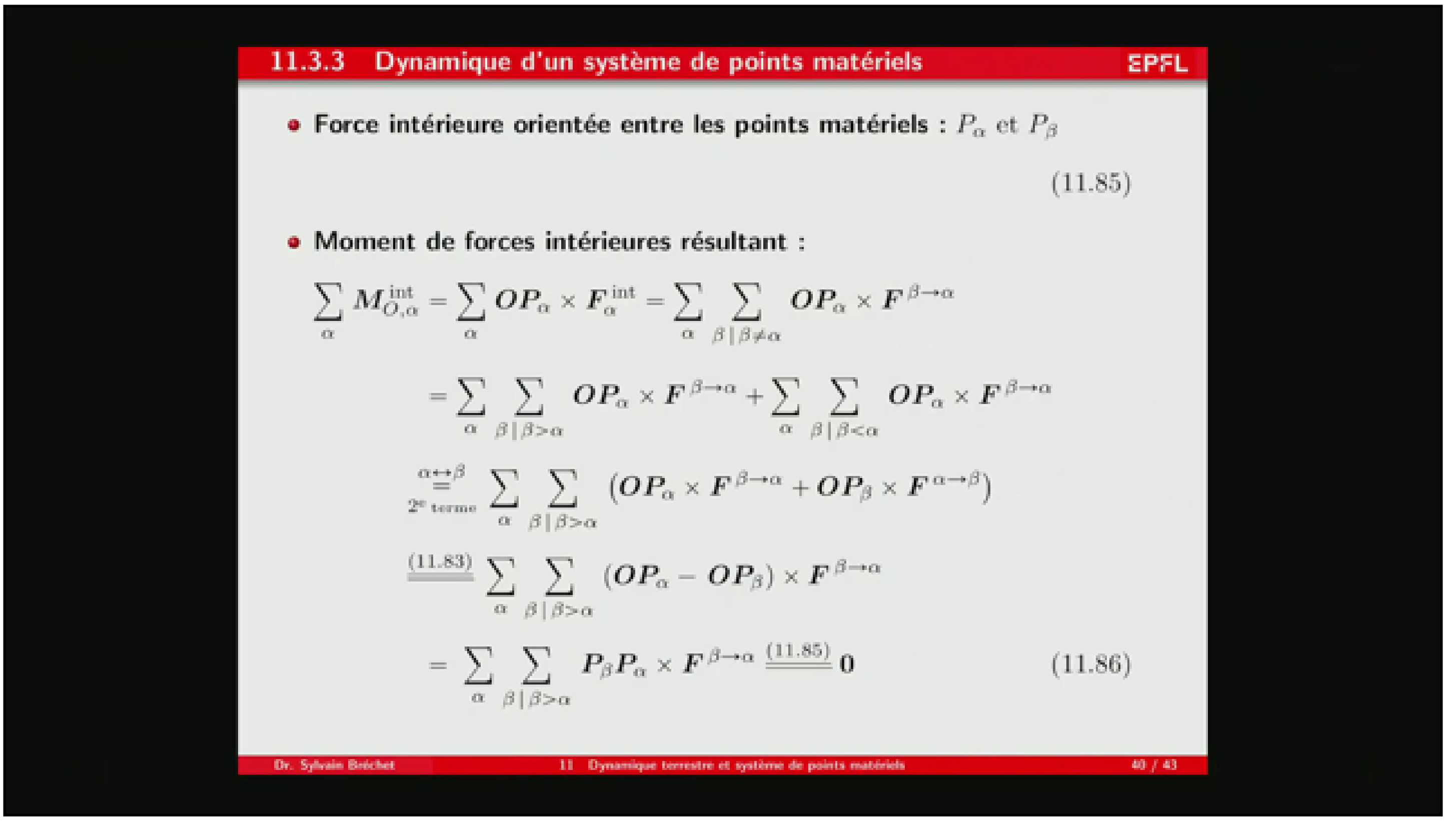


Et donc on va sommer sur toutes les forces internes exercées par les points matériels beta sur le point matériel alpha. Et ce qu'on va faire, c'est que cette deuxième somme, on va la scinder en deux. On va numéroter tous les points matériels. D'accord ? Si vous faisons que l'on a n, on les numérote de 1n. Bon. Alors on écrit d'abord la somme sur alpha. Puis ensuite on va écrire une première somme sur beta. On va prendre tous les beta qui sont supérieurs à alpha. D'accord ? Bon. Puis on a les forces exercées par l'ensemble de ces points matériels beta sur les points matériel alpha. Et maintenant évidemment qu'on en a une deuxième qui est la somme sur beta. Et donc c'est tel que beta est inférieur à alpha. Et on prend les forces là aussi exercées par beta sur alpha. Beta est différent de alpha. Donc il y a des valeurs inférieures et des valeurs supérieures. Bon. Alors là, pour faire apparaître à troisième la newton et conclure, il y a une technique. Pensez à la trace d'une matrice. Si vous avez une trace sur la matrice, vous sommez sur le ligne et les colonnes. D'accord ? Si vous avez un indice de ligne et un indice de colonne, vous pouvez permuter la notation de l'indice de ligne avec la notation de l'indice de colonne. Peu importe, c'est un indice sur lequel vous sommez. Ce qu'on a le droit de faire, c'est de prendre la deuxième somme. Enfin, le produit des... Enfin, si vous voulez, le deuxième terme qui est ici, on prend nos sommes et on va appeler beta alpha et alpha beta. Ça change rien puisqu'on somme sur alpha et qu'on somme sur beta. Faisons ceci. Donc on permute alpha et beta dans la notation. D'accord ? Alors si avant, beta était inférieur à alpha, c'est maintenant alpha qui est inférieur à beta,

notes

résumé

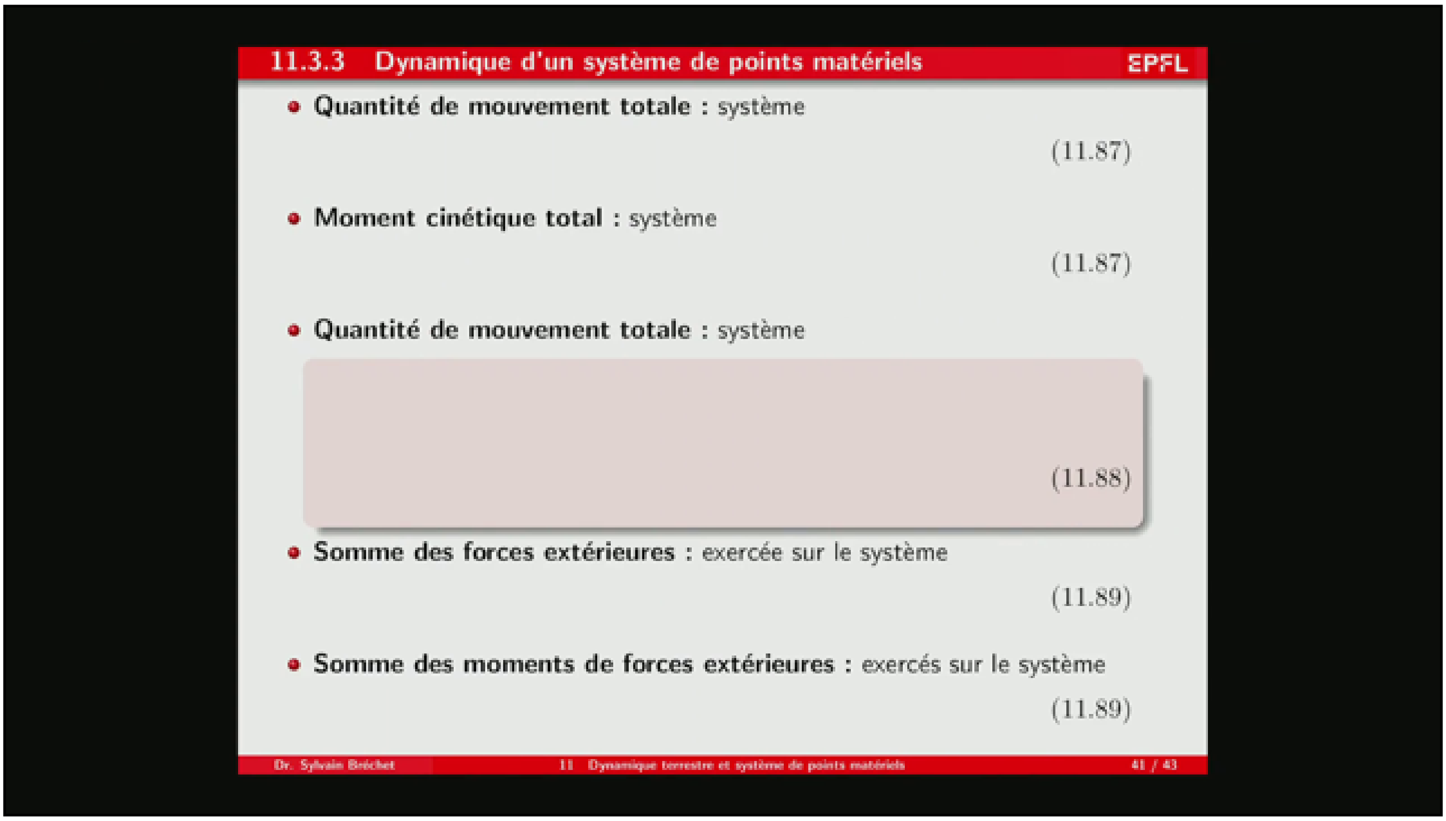
112m 1s



ce qui veut dire que beta est supérieur à alpha, et donc on se retrouve dans le premier cas de figure. OK ? Donc si on permute, pour le deuxième terme, alpha et beta, on va se retrouver avec une somme sur alpha. Fond une somme sur beta, où beta est plus grand que alpha. Alors on a d'abord la force exercée par beta sur alpha. Puis dans la deuxième somme, on a remplacé alpha par beta, donc il faut ajouter maintenant la force exercée par alpha sur beta. Et ceci, pour tous les couples de points matériels. Or ce sont des forces d'action et de réaction qui ont vertu de la troisième loi de Newton. Ça nule, ce qui veut dire que la somme est nulle. Et donc les forces intérieures, un système de points matériels ne contribuent pas à la dynamique du système. C'est un petit pas pour l'homme, mais un grand pas pour l'humanité. D'accord ? C'est un résultat très important. Conceptuellement parlant. On en a tenu compte jusqu'à présent. On a toujours parlé de forces extérieures, mais on n'a jamais justifié, fondamentalement, pourquoi la justification vous l'avez faite.

notes

résumé

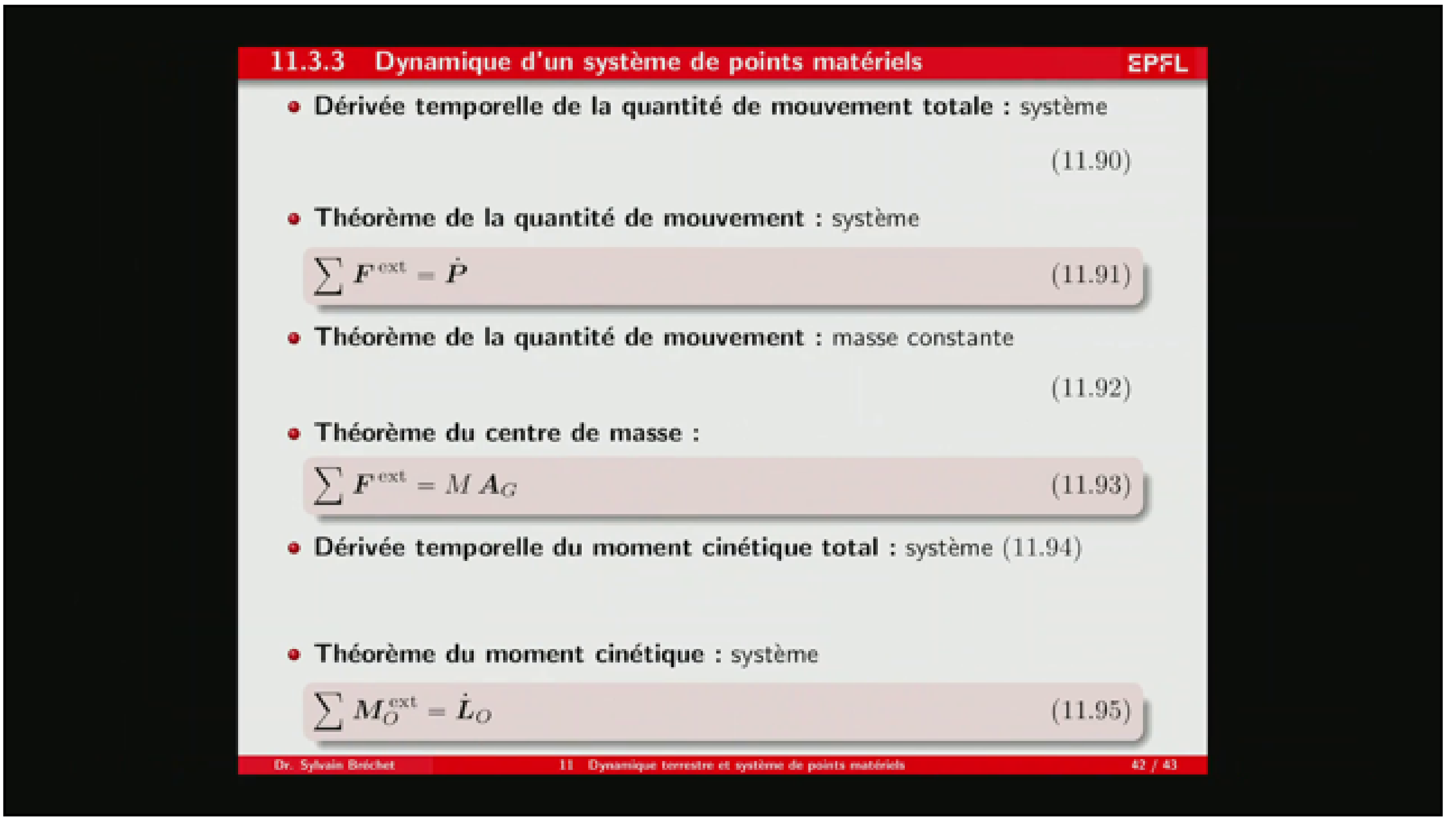


Alors, on peut faire pareil pour les moments de force intérieures. Il faut introduire une relation qui est importante. Si on a deux points matériels, des forces d'interaction, elles sont soit attractives, soit répussives. Elles sont orientées le long de l'axe qui joint les points matériels. Et puis, un vecteur issu du point BETA qui point sur le point alpha, P BETA et alpha, il va forcément être collinaire ou anticollinaire avec la force exercée par BETA sur alpha qu'elles soient attractives ou répulsives. Elles seront orientées le long de la même droite. Donc leur produit vectoriel est nulle. Et alors, en utilisant la définition d'un moment de force extérieure, en faisant la même permutation sur les deux termes, en changeant les alphas par des BETA et BETA par les alphas, on n'écranvant les choses proprement, on arrive alors à conclure que la somme des moments de force intérieures ne contribue pas à la dynamique d'un système de points matériels que c'est que les moments de force extérieures qui interviennent. Je vous laisserai regarder la preuve.

notes

résumé

114m 46s

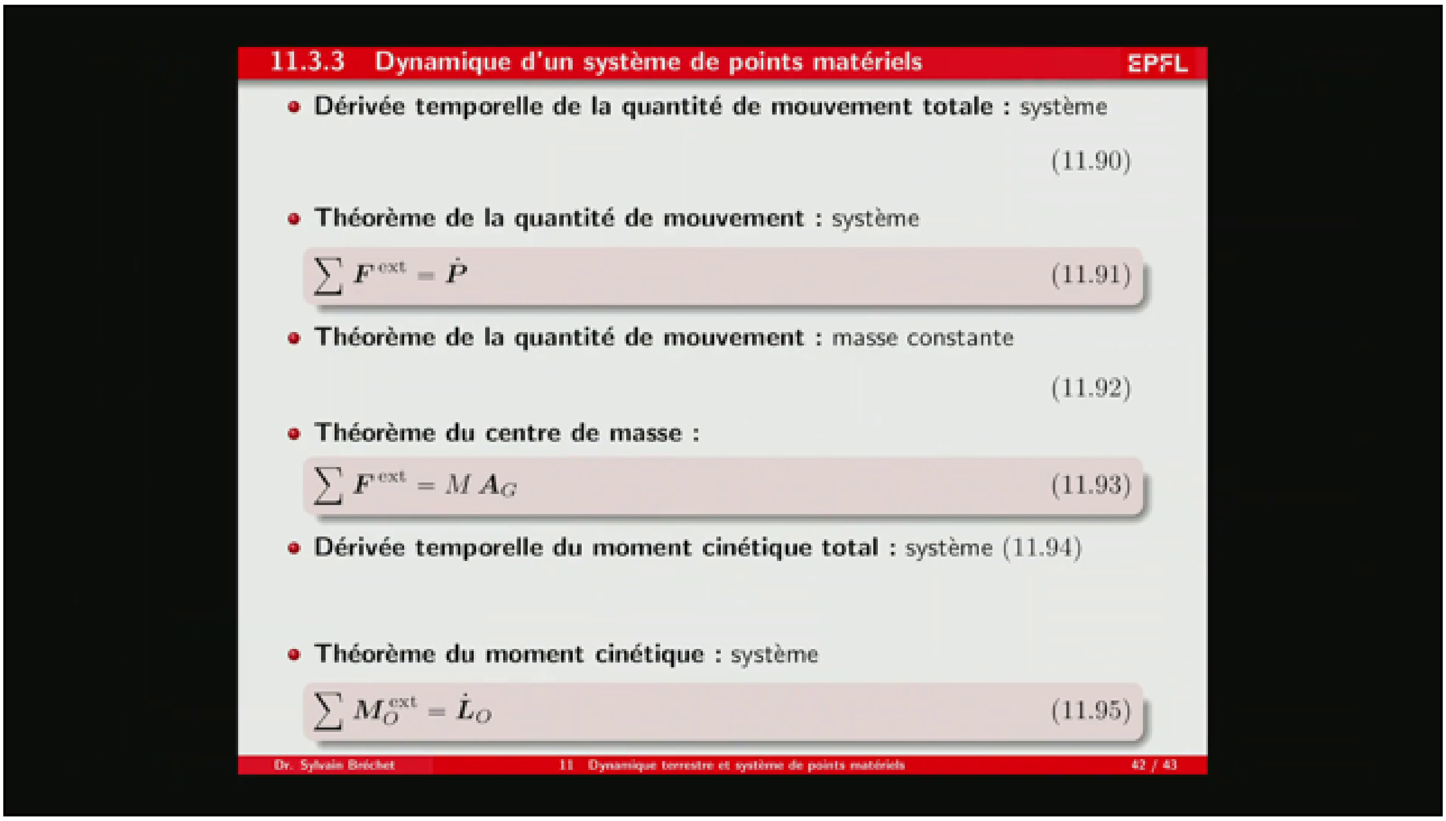


D'accord ? Voilà. Donc maintenant, la quantité de mouvement total d'un système de points matériels de leur quantité de mouvement, puisque c'est une grandeur extensive. De la même manière, le moment signatique total d'un système de points matériels évalué par rapport à l'origine c'est la somme sur les points matériels du moment signatique de chacun d'entre eux évalué par rapport à ce même point. Alors, la quantité de mouvement total c'est bien sûr la somme sur les points matériels de leur quantité de mouvement individuel qui produit de leur masse fois leur vitesse. On peut dire comme la somme sur alpha de m alpha qui multiplie la vitesse du somme de masse plus la vitesse relative. D'accord ? Comme on l'a montré précédemment pour la cinématique. Et donc maintenant on distribue on aura la somme sur alpha des m alpha qui est la masse totale qui multiplie la vitesse du somme de masse. Et on se retrouve avec un deuxième terme qui est la somme sur alpha des m alpha fois les v alpha prime. Ce qu'on a établi lorsqu'on a parlé du lien entre les vitesses c'est que cette quantité de mouvement relative est nulle. Ceci est égal à zéro. Ce qui veut dire qu'il nous reste produit de la masse fois la vitesse du somme de masse. Ce que l'on a donc vu pour un problème à deux corps se généralise à n corps la quantité de mouvement est toujours portée par le centre de masse du système de points matériels d'accord ? Alors maintenant si on a des forces extérieures qui sont appliquées sur un système de points matériels elles peuvent être appliquées sur différents points matériels c'est des vecteurs on peut les sommer parce que les forces sont extensives d'accord ? Donc la somme des forces extérieures c'est la somme sur alpha des forces extérieures résultantes exercées sur tous les points matériels vous avez la somme

notes

résumé

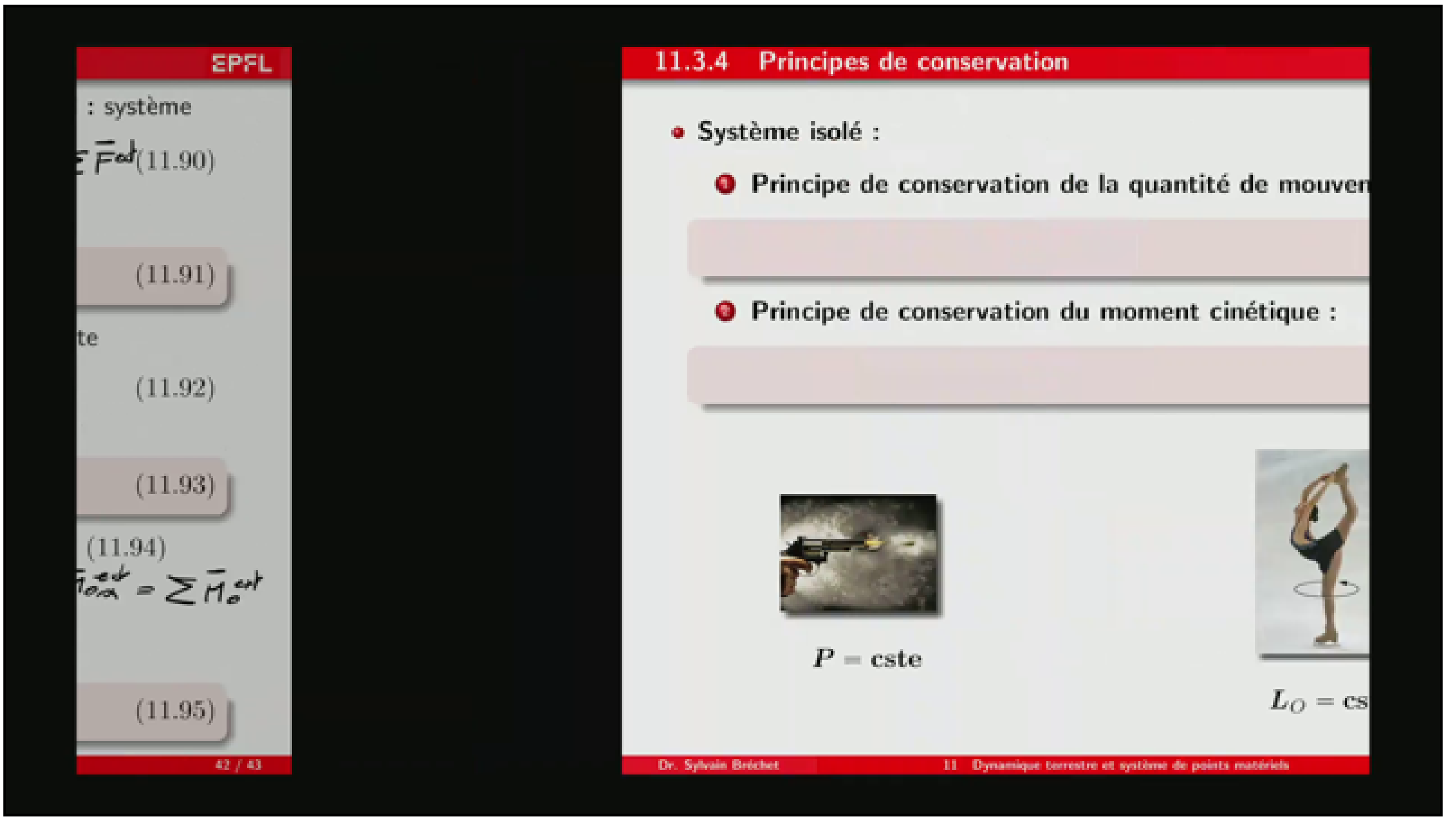
115m 52s



de force vous les sommez vectoriellement et vous avez la force totale donc plus tard, lorsqu'on parlera de la dynamique du solide indéformable on peut avoir une force de réaction normale une force élastique une force de frottement qui sont orientées de manière différente sur différents points du solide indéformable il faudra simplement prendre la somme vectorielle de toutes ses forces pour trouver la force résultante qui va décrire le mouvement d'extérieur exercé sur le système évalué par rapport à l'origine ça va être la somme sur les points matériels des moments de force extérieures exercé sur les différents points matériels évalués par rapport à l'origine ok ? bon

notes

résumé

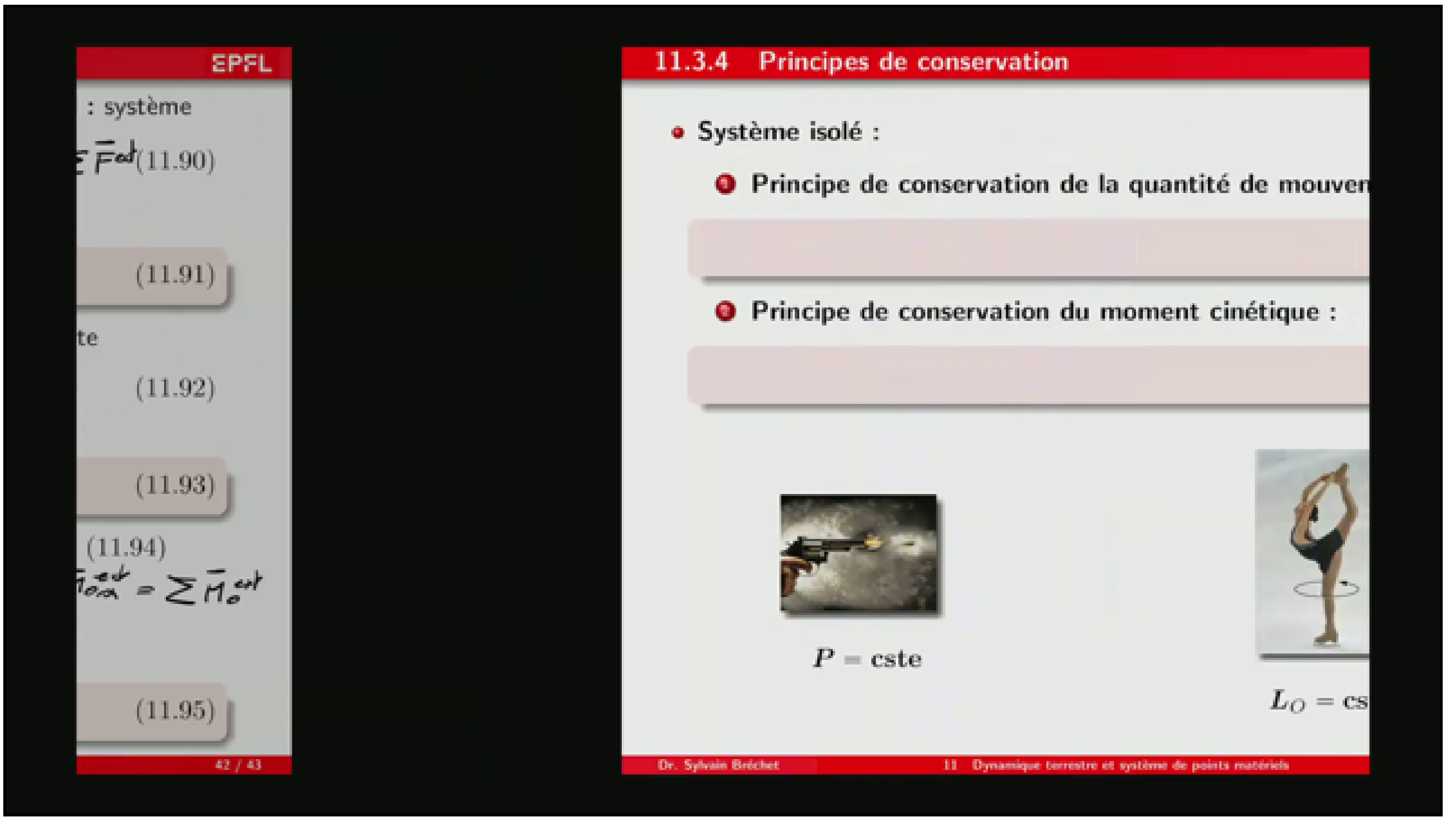


le transparent qui suit celui-ci est peut-être l'un des plus importants qui va tout résumer ok alors la dérivé de la quantité de mouvement totale d'un système de points matériels c'est évidemment la somme sur alpha des dérivés temporelles des quantités de mouvement de tous les points matériels pris individuellement c'est la somme sur alpha la force résultante exercé sur chacun de ses points matériels cette force résultante peut être de deux natures différentes elle peut être due aux autres points matériels elle peut être due à une interaction externe donc on va se retrouver avec les forces intérieures du aux autres points matériels et avec les forces extérieures liées par exemple à une interaction avec un champ grammatisationnel terrestre par exemple d'accord ? et donc le premier terme qui est ici le contribut par la dynamique comme on vient de montrer il reste que le deuxième qui est la somme des forces extérieures et donc on a le théorème de la quantité de mouvement qui nous dit que la somme des forces extérieures c'est la dérivé temporelle de la quantité de mouvement totale de l'ensemble des points matériels du système ça ressemble à s'y méprendre à ce qu'on a vu pour un point matériel effectivement c'est très similaire c'est la même idée alors maintenant si la masse est constante la somme des forces extérieures qui est la dérivé temporelle de la quantité de mouvement on va pouvoir l'écrire comme la dérivé temporelle de la masse faut la vitesse du centre de masse si la masse est constante le premier terme qui est lié à un débit de masse est nul et il reste que le deuxième qui est le produit de la masse totale fois l'accélération du centre de masse c'est le théorème du centre de masse que vous allez connaître et que vous allez connaître par coeur quand vous l'aurez appliqué une centaine de fois pour résoudre des

notes

résumé

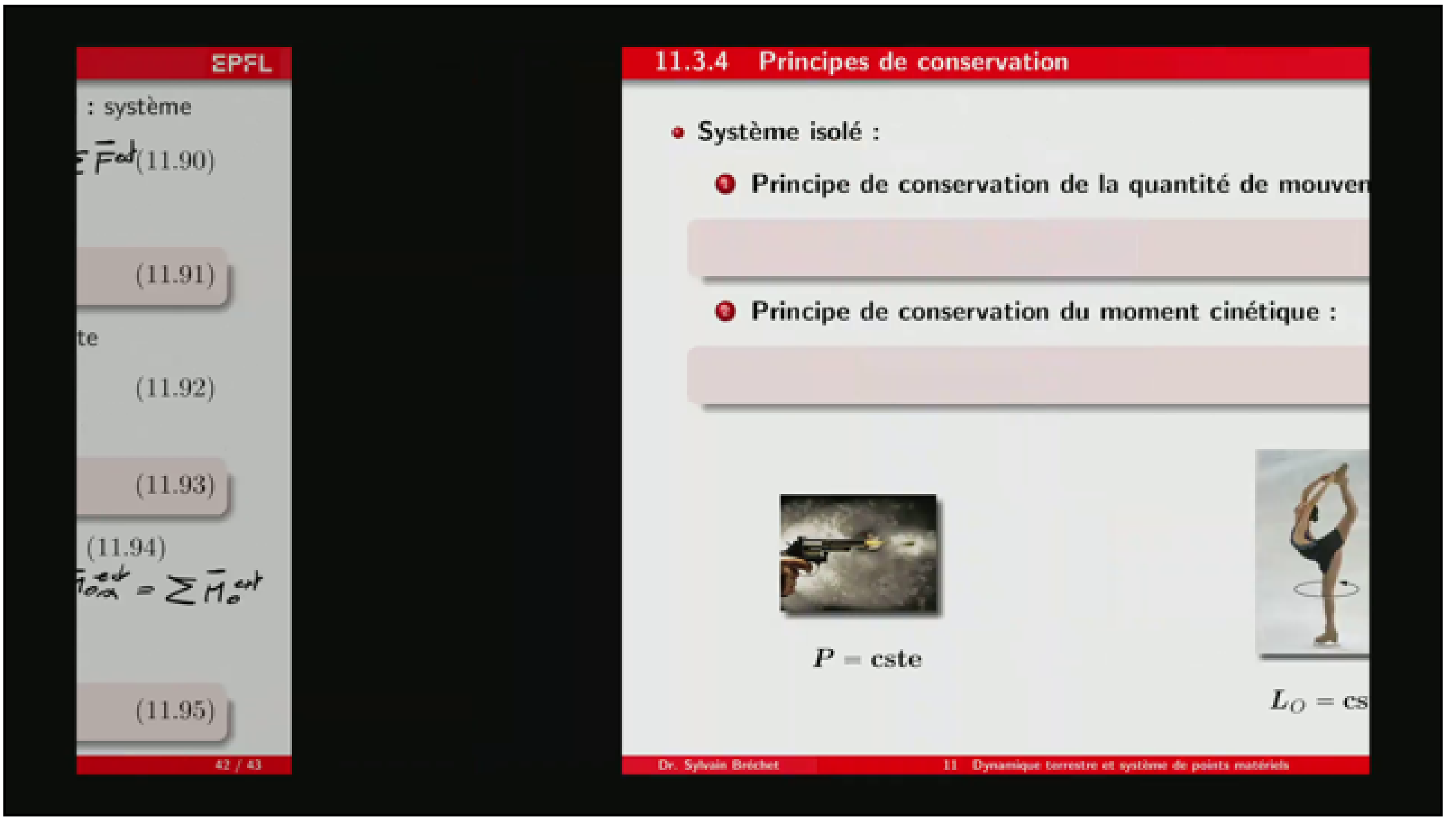
118m 39s



problèmes de dynamique du solide indéformable dans les semaines qui restent d'accord ensuite il nous reste à établir des moments cinétiques la dérivé temporelle du moment cinétique total évalué par rapport à l'origine c'est la somme sur les points matériels des moments cinétiques les différents points matériels évalués par rapport à l'origine qui va donc être égal à la somme sur les points matériels des moments de force extérieures qui s'exercent sur chacun d'entre eux évalués par rapport à l'origine ils sont de nature les deux sont dus au force intérieur au système les deux sont dus au force extérieur au système quand les moments de force intérieures ne contribuent à la dynamique il reste uniquement la somme des moments de force extérieures au système et donc on arrive à la conclusion assez logique quelque part que la somme des moments de force extérieures exercées sur notre système de points matériels évalués par rapport à l'origine est égal à la dérivé temporelle du moment cinétique total évalué par rapport à cette même origine on va terminer avec une superbe expérience et par des principes de conservation le premier vous le connaissez déjà puisqu'on l'a vu dans le cadre des collisions si on écrit le théorème de la quantité de mouvement on a la somme des forces extérieures si les forces extérieures sont nulles si le système est isolé que la somme des forces extérieures est nulle et bien la dérivé temporelle de la quantité de mouvement est nulle ce qui veut dire que la quantité de mouvement est une constante lorsqu'on a par exemple tiré avec une arme à feu qui avait un effet de recul c'est exactement ce qui se passe initialement rien ne bouge la somme des quantités de mouvement est nulle puisque les quantités de mouvement se compensent la quantité de mouvement est constante et nul un autre exemple principe de conservation intéressant c'est ce qui se

notes

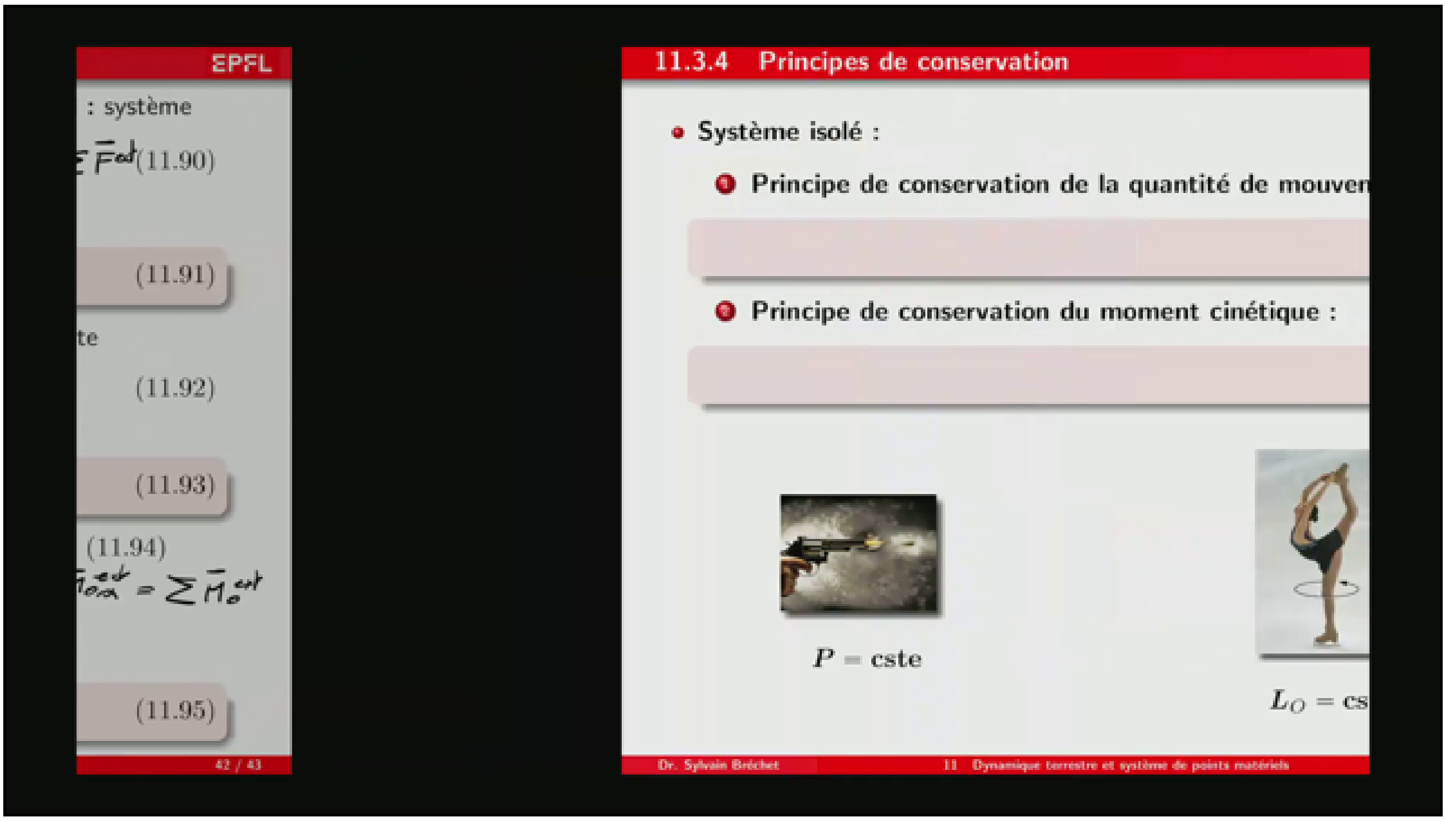
résumé



passe lorsque le système est isolé pour la rotation ça signifie que la somme des moments de force extérieures évalués par rapport à un point stratégique choisi comme origine qui est la dérivé temporelle du moment cinétique ce point est nulle lorsque ceci se produit le moment cinétique évalué par rapport à ce point est une constante ça c'est quelque chose que les patineurs artistiques connaissent très bien pourquoi ? vous avez tous vu des compétitions internationales où vous avez des patineurs qui tournent sur la glace qu'est-ce qu'ils font toujours ils tournent et puis ils rapprochent le brin et ils les éloignent du corps qu'est-ce qu'il se passe quand il les rapproche du corps ils accélèrent et le moment cinétique la vitesse angulaire augmente quand il les éloigne du corps qu'est-ce qu'il se passe ? pourquoi ? parce qu'on verra ensemble la semaine prochaine qu'il y a une relation qui lit le moment cinétique à la vitesse angulaire à travers ce qu'on appelle le moment d'inertie si vous éloignez les bras du corps le moment d'inertie va augmenter pour qu'elle soit constante et pour que le moment cinétique reste constant il diminue donc omega augmente alors ceci on va le vérifier rapidement ensemble y a-t-il un ou une volontaire qui a envie de tourner sur le tabouret qui se trouve là derrière c'est pas dangereux oui venez voilà on va juste faire attention à une chose je vous mets en garde je vais vous expliquer si vous allez dans les alters vous appelez votre pronom je vais vous donner les alters je vais vous faire tourner et vous allez rapprocher proche du corps et ce qui va se passer c'est que vous allez tourner plus vite s'il vous plaît faites le gentiment la première année qu'on a fait l'expérience heureusement il y avait de la moquette l'étudiant en question qui a fait l'expérience il a fait ça ce qui

notes

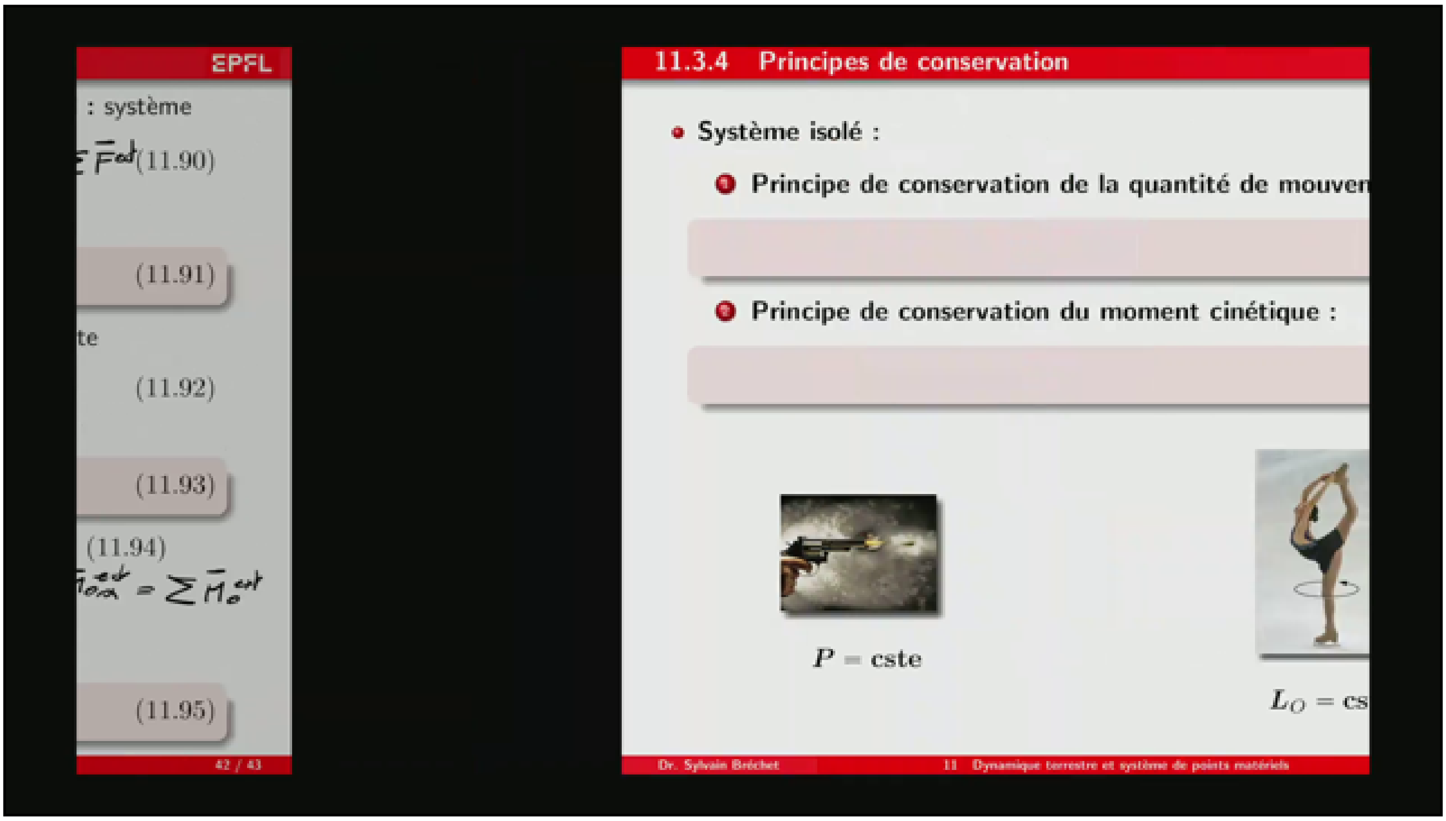
résumé



veut dire qu'il a une accélération angulaire et il est parti en torche et s'est retrouvé par terre on veut éviter que ça se produise vous donnez les alters vous les écartez bien je vais vous mettre en rotation vous allez les ramener proche du corps maintenant les alters gentiment tournez plus vite et si vous les éloignez vous ralentissez automatiquement est-ce que vous voulez que je vous fasse tourner légèrement plus rapidement ça joue pour vous voilà gentiment vous les ramenez proche du corps d'accord puis vous les rééloignez voilà je vais vous reprendre des alters on peut l'applaudir comme il nous reste 3-4 minutes vous voulez un petit teaser pour la semaine prochaine on la refera la semaine prochaine et on la comprendrait ce qu'il y a quelqu'un d'autre qui a envie de tourner sur un tabouret non il y a un volontaire oui alors venez Noël je vais vous donner une route vélo que je vais lancer avec le lanceur qui est ici prenez place sur le tabouret je vous la donne horizontal comme ceci basculé basculé là de 40... de 90 degrés dans un sens comme vous voulez allez-y encore plus fort voilà maintenant vous la basculer de nouveau comme elle était au départ vous la tournez dans l'autre sens là aussi il y a conservation en dimanche cinétique et il y a des effets gyroscopiques intéressants alors on va vous remercier pour la prochaine vidéo pour les effets gyroscopiques intéressants alors maintenant Noël je vais reprendre la roue restez là où vous êtes et on va augmenter l'effet je vous la donne comme ceci et vous allez la tourner de 180 degrés maintenant allez-y c'est bon super on peut vous applaudir alors Noël vous pouvez confirmer si vous prenez la route prenez la voie faites la tournée vous avez un moment de force assez important pour la faire tourner vous sentez un moment de force

notes

résumé



dans le bras quelqu'un d'autre qui va essayer allez-y faites la tournée c'est difficile il y a une résistance ça s'est lié à un effet gyroscopique on comprendra ça ensemble à la semaine 13 de secours

notes

résumé